Si consideri il seguente esempio.

Sia

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = y.$$

Sia

$$G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad G(x,y) = (x^2 + (y-1)^2 - 1)(x^2 + (y-2)^2 - 4).$$

Si vuole determinare il minimo e il massimo di f sull'insieme $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \, : \, G(x,y) = 0\}$.

Tanto f quanto G sono funzioni di classe C^∞. È immediato accorgersi che Γ è costituito da due circonferenze tangenti nell'origine, la prima di centro $(0,1)$ e raggio 1 e la seconda di centro $(0,2)$ e raggio 2. Il minimo di f è quindi nell'origine e il massimo in $(0,2)$. Tuttavia il minimo non si ottiene dalla soluzione del sistema

$$\begin{cases} G(x,y) = 0 \\ \nabla f(x,y) = \lambda \nabla G(x,y) \end{cases}$$

Infatti nell'origine $\nabla G = 0$ mentre $\nabla f \neq 0$.