

Università di Trieste, Dipartimento di Matematica e Geoscienze

Esame di Analisi 3 mod. A (LT in Matematica)

Trieste, 18 giugno 2013

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{x + y - 1}{x^2 + y^2}.$$

- i) Si determinino i punti stazionari di  $f$  e se ne discuta la natura.
- ii) Si determinino  $\inf f(\mathbb{R}^2)$  e  $\sup f(\mathbb{R}^2)$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{n\alpha}}{n!} x^n.$$

- i) Si calcoli il raggio di convergenza di questa serie, al variare di  $\alpha \in [1/2, 2]$ .
- ii) Per  $\alpha = 3/4$ , si dica se converge uniformemente sui compatti di  $\mathbb{R}$ .

**Esercizio 3.** Si verifichi che l'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cos y + y \cos x = 0\}$$

è localmente grafico di una funzione della variabile  $x$  in un intorno del punto  $(0, 0)$ . Si calcoli l'approssimante lineare di tale funzione nel punto  $0$ .

**Esercizio 4.** Si dica se esistono valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  tali che, detta  $u(t)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) - 3u'(t) + 2u(t) = te^t \\ u(0) = \lambda, \quad u'(0) = 0, \end{cases}$$

si abbia  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = -\infty$ .