

appunti di
TRASPORTO SOLIDO

Estratto da appunti

a cura di: prof. Silvio Franzetti
prof. Alberto Guadagnini ing.
Francesco Ballio

1 STABILITÀ E MOVIMENTO DEI GRANELLI

1.1 INTRODUZIONE

Nel calcolo delle correnti a pelo libero la geometria dell'alveo (planimetria, altimetria, sezioni) è solitamente considerata come un dato di ingresso del problema, nota sulla base di rilievi topografici. In effetti, nel caso generale in cui l'alveo sia scavato in materiale incoerente, la geometria non può essere considerata a priori fissa nel tempo, a causa dei fenomeni di erosione e deposito del materiale costitutivo del fondo e delle sponde, mosso dalla corrente. Sotto l'azione delle spinte idrodinamiche, infatti, i grani solidi possono essere messi in movimento e trasportati verso valle; si differenziano inoltre il fenomeno del *trasporto di fondo*, in cui i granelli si muovono sul fondo, con moti rotatori e/o di strisciamento, più o meno intermittenti, dal fenomeno del *trasporto in sospensione*, in cui il solido percorre lunghi tratti trascinato all'interno della corrente, e solidale ad essa.

In conseguenza dei processi descritti l'alveo di un corso d'acqua può subire mutamenti progressivi nel tempo, in relazione alle sue caratteristiche planimetriche, e quindi al suo percorso, altimetriche (pendenze), alla forma delle sezioni e alla distribuzione granulometrica del materiale di fondo, cui sono legati i valori di scabrezza. Le modifiche dell'alveo possono essere conseguenza di eventi limitati nel tempo (piene, alluvioni), ovvero al regime normale del corso d'acqua: in ogni caso, terminato il transitorio evolutivo, si possono avere situazioni di equilibrio *statico*, in cui i fenomeni di trasporto solido sono assenti, ovvero di equilibrio *dinamico* tra erosione e deposito del materiale movimentato.

E' inoltre opportuno distinguere i fenomeni *distribuiti*, che coinvolgono l'intera sezione d'alveo su tratti estesi longitudinalmente, dai fenomeni *concentrati*, limitati a zone specifiche della sezione, ovvero a tratti limitati dell'alveo, e legati alla presenza di singolarità geometriche nel corso d'acqua (curve, opere idrauliche, ...). Nel seguito si considereranno essenzialmente i fenomeni di tipo distribuito, accennando solamente a quelli concentrati in un paragrafo finale.

Il fenomeno di movimentazione del fondo è essenzialmente legato alle:

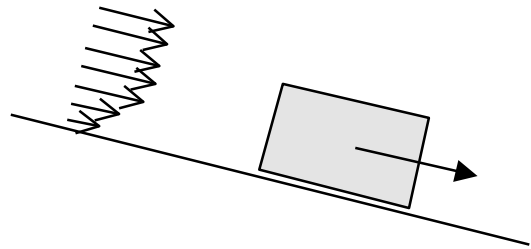
1. caratteristiche della corrente: date la geometria e la portata vengono calcolate mediante le usuali metodologie dell'idraulica;
2. caratteristiche dei sedimenti, ed in particolare la distribuzione granulometrica e le caratteristiche di coesività. I fenomeni di trasporto solido per sedimenti coesivi richiedono una trattazione specifica, e non vengono qui considerati.

1.2 SCHEMI CONCETTUALI DI TRASPORTO - INCIPIENTE MOVIMENTO

Da un punto di vista fenomenologico, il moto di fondo delle particelle solide a causa delle forze esercitate dalla corrente può essere inquadrato con diversi schemi concettuali. In ogni caso si deve valutare la stabilità della particella di fronte alle forze attive di trascinamento della corrente e alle forze resistive dovute al peso immerso della particella medesima ed eventualmente al conseguente attrito sul fondo. A parità di ogni altro parametro, all'aumentare della velocità le azioni fluidodinamiche riescono a vincere le azioni stabilizzanti, mettendo in movimento la particella. Le condizioni di flusso in cui la particella si trova al limite del movimento vengono indicate come "*critiche*", o di *incipiente movimento*.

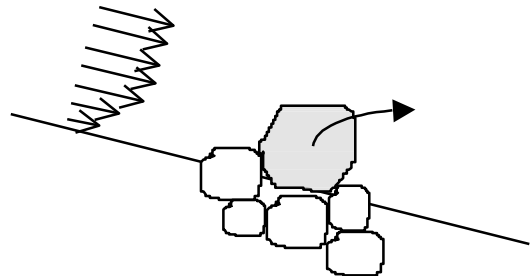
Strisciamento (attrito)

La particella striscia sul fondo; le forze idrodinamiche devono superare la reazione vincolare di attrito radente.



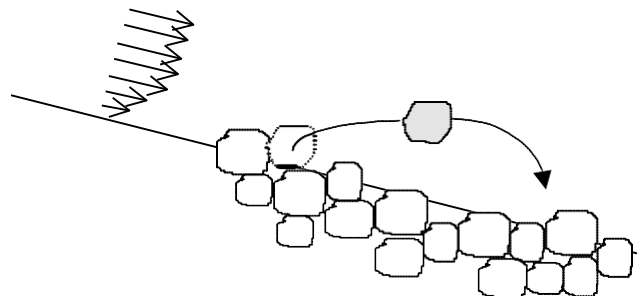
Ribaltamento (senza attrito)

La particella è parzialmente incastrata sul fondo; le forze idrodinamiche devono farla ruotare rispetto al punto di appoggio.



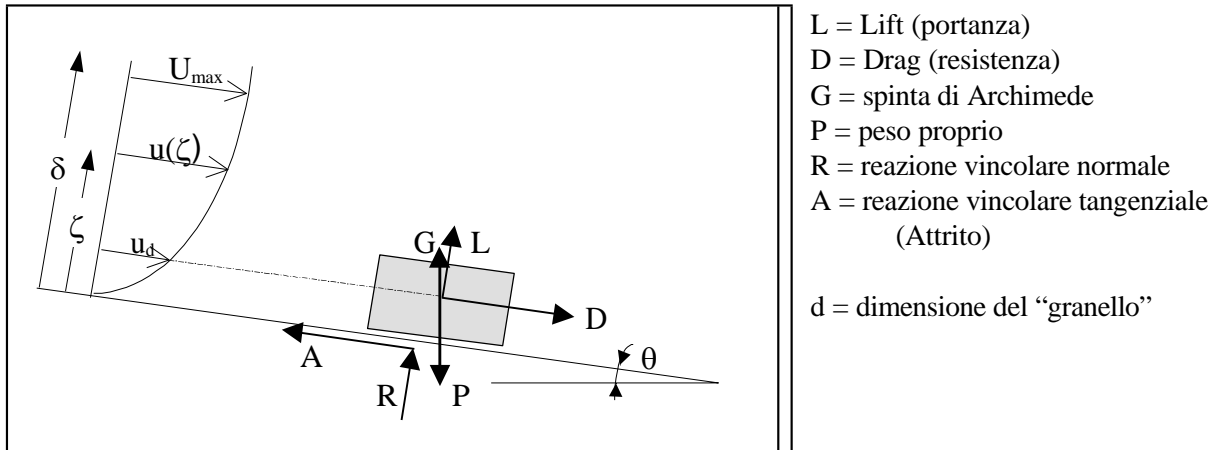
"Saltelli"

La particella è parzialmente incastrata sul fondo; le forze idrodinamiche devono sollevarla rispetto al fondo.



Condizione di incipiente movimento, schema di attrito radente

Sulla base dello schema di attrito radente si cercano le condizioni, e quindi i legami fra i parametri del sistema, in condizione di incipiente movimento. In figura sono indicate le forze che agiscono sulla particella.



In condizioni di equilibrio statico le reazioni vincolari devono valere:

$$R = (P - G) \cos\theta - L$$

$$A = (P - G) \sin\theta + D$$

Il massimo valore della forza tangenziale è: $A_{\max} = R \tan\beta$ ($\beta = \text{angolo di attrito}$).
 La condizione di equilibrio limite (incipiente movimento) viene raggiunta per $A = A_{\max}$

I termini possono essere esplicitati come:

$$D = (0.5 \rho u_d^2) C_D S$$

$$L = (0.5 \rho u_d^2) C_L S = K_L D$$

$$P - G = (\rho_s - \rho) g W$$

dove: u_d velocità della corrente (vedi successivamente)
 S Superficie frontale del granello: $S = \alpha_1 d^2$
 W volume del granello: $W = \alpha_3 d^3$
 C_D, C_L coefficienti di Drag, Lift: dipendono dalla forma del granello e dal numero di Reynolds; in prima approssimazione si assume costante il rapporto $L/D = K_L$

I coefficienti α_i sono legati alla forma dei granelli, così come C_D e C_L , e si considerano costanti e caratteristici della granulometria dei sedimenti, benché a priori incogniti.

Imponendo che $A = A_{\max}$ (limite di attrito, incipiente movimento) si ottiene:

$$(P - G) \sin\theta + D = [(P - G) \cos\theta - L] \tan\beta \quad \Rightarrow \quad D + L \tan\beta = (P - G) \cos\theta [\tan\beta - \tan\theta]$$

Sostituendo le espressioni per $D, L, P-G$:

$$\frac{(1 + K_L \tan\beta) C_D \alpha_1 d^2 (0.5 \rho u_{d,c}^2)}{g [(\rho_s - \rho)/\rho] d} = \frac{2 \alpha_3}{(1 + K_L \tan\beta) C_D \alpha_1} \tan\beta \cos\theta (1 - \tan\theta / \tan\beta)$$

La velocità u_d rappresenta la velocità efficace agli effetti delle forze fluidodinamiche, e può essere considerata pari alla velocità della corrente ad una opportuna distanza dal fondo, proporzionale alla dimensione del granello. Il pedice "c" si riferisce alle condizioni critiche. Sia:

$$u_d = u(\zeta = \alpha_4 d)$$

Esprimendo il profilo di velocità (strato limite) secondo una forma di similitudine del tipo $u(\zeta) / u^* = f(\zeta/d)$ (paragrafo 1.2) si ottiene evidentemente $u_d/u^* = f(\alpha_4) = \alpha_5$.

Tramite la forma del profilo di velocità si è riusciti a legare le condizioni idrodinamiche alla velocità u^* , rappresentante degli sforzi sul fondo - noti o facilmente calcolabili per una corrente, anziché alla meno pratica u_d . La relazione di incipiente movimento risulta pertanto:

$$\frac{u_c^{*2}}{g [(\rho_s - \rho)/\rho] d} = \frac{2 \alpha_3 \tan\beta}{(1 + K_L \tan\beta) C_D \alpha_1 \alpha_5^2} \cos\theta (1 - \tan\theta / \tan\beta)$$

La frazione del termine di destra dipende, oltre che dalla granulometria, dal numero di Reynolds tramite C_D , K_L , ed eventualmente α_5 . In sintesi risulta:

$$\phi_c = \frac{u_c^{*2}}{g [(\rho_s - \rho)/\rho] d} = f(\text{Re}) \cos\theta (1 - \tan\theta / \tan\beta)$$

Il termine adimensionale:

$$\phi = \frac{u^{*2}}{g\Delta d} = \frac{\tau / \rho}{g\Delta d} \quad \left(\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)$$

è denominato *numero indice di Shields*, e può essere interpretato come il rapporto fra le forze di trascinamento della corrente (proporzionali a $\tau \square d^2$) e le forze stabilizzanti (peso immerso, proporzionale a $g(\rho_s - \rho)d^3$). Date le caratteristiche della corrente (e quindi ρ , τ) e quelle dei sedimenti (Δ , ρ_s , d), per valutare la stabilità delle particelle si deve confrontare il valore di ϕ con la soglia critica individuata, in cui deve essere ancora definita la funzione incognita $f(\cdot)$. Si avrà in sostanza:

$$\begin{array}{ll} \text{per } \phi < \phi_c & \text{granello stabile} \\ \text{per } \phi > \phi_c & \text{granello in movimento} \end{array}$$

Il valore di ϕ per la corrente si calcola sulla base degli sforzi sul fondo, ricordando (paragrafo 1.2) che questi ultimi sono legati alla cadente:

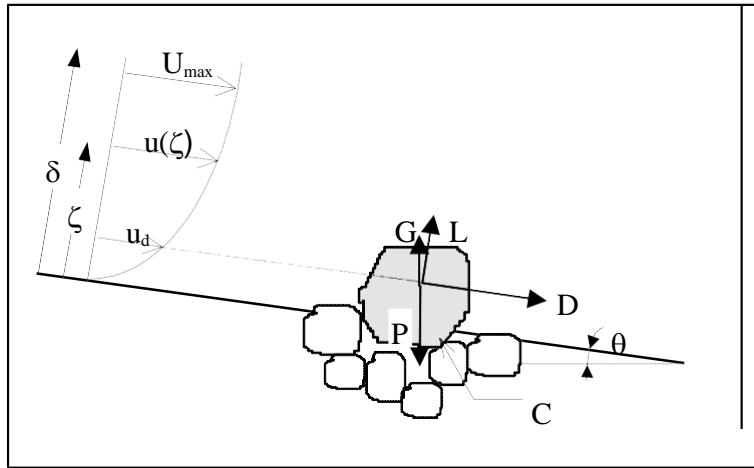
$$\phi = \frac{\tau / \rho}{g\Delta d} = [\tau = \gamma RJ] = \frac{RJ}{\Delta d}$$

Si noti che il valore di ϕ è legato alla dimensione d dei granuli: il fenomeno di trasporto è selettivo, agendo diversamente sui granelli di diversa dimensione.

Tipici valori per la densità dei materiali rispetto alla densità dell'acqua

Materiale	ρ_s/ρ	Δ
Quarzo (sabbia)	2.6 ÷ 2.7	1.6 ÷ 1.7
Argilla	2.6 ÷ 2.8	1.6 ÷ 1.8
Basalto	2.7 ÷ 2.9	1.7 ÷ 1.9
Carbone	1.3 ÷ 1.4	0.3 ÷ 0.4
Plastica	1.0 ÷ 1.5	0.0 ÷ 0.5

Condizione di incipiente movimento, schema di rotolamento



L = Lift (portanza)
 D = Drag (resistenza)
 T = L + D (vettoriale!)
 G = spinta di Archimede
 P = peso proprio

 d = dimensione del "granello"

Si impone l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto C di contatto. Siano b_T e b_{GP} i bracci di rotazione di T e G + P rispetto a tale punto. Risulta, in condizione limite di ribaltamento:

$$(P - G) b_{GP} = T b_T$$

I termini b_x sono espressi mediante opportuni coefficienti legati alla forma e disposizione dei granelli:

$$b_D = \beta_1 d \quad b_L = \beta_1 d \quad b_{GP} = \beta_3 d$$

Esplicitate i termini D, L, P, G analogamente a quanto precedentemente descritto, e sostituendo le espressioni nella relazione di equilibrio alla rotazione, si ottiene:

$$(\rho_s - \rho) g \alpha_3 d^3 b_{GP} = C_D \alpha_1 d^2 (0.5 \rho u_d^2) (1 + K_L^2)^{0.5} b_T$$

da cui:

$$\frac{u_d^2}{g [(\rho_s - \rho)/\rho] d} = \frac{2 \alpha_3 b_{GP}}{C_D \alpha_1 b_T (1 + K_L^2)^{0.5}}$$

La relazione è sostanzialmente analoga a quella ottenuta dallo schema di attrito radente; la dipendenza da θ entra nel braccio b_{GP} ($b_{GP} = 0$ per $\theta = 0$), mentre b_T è, in linea di principio, indipendente da θ .

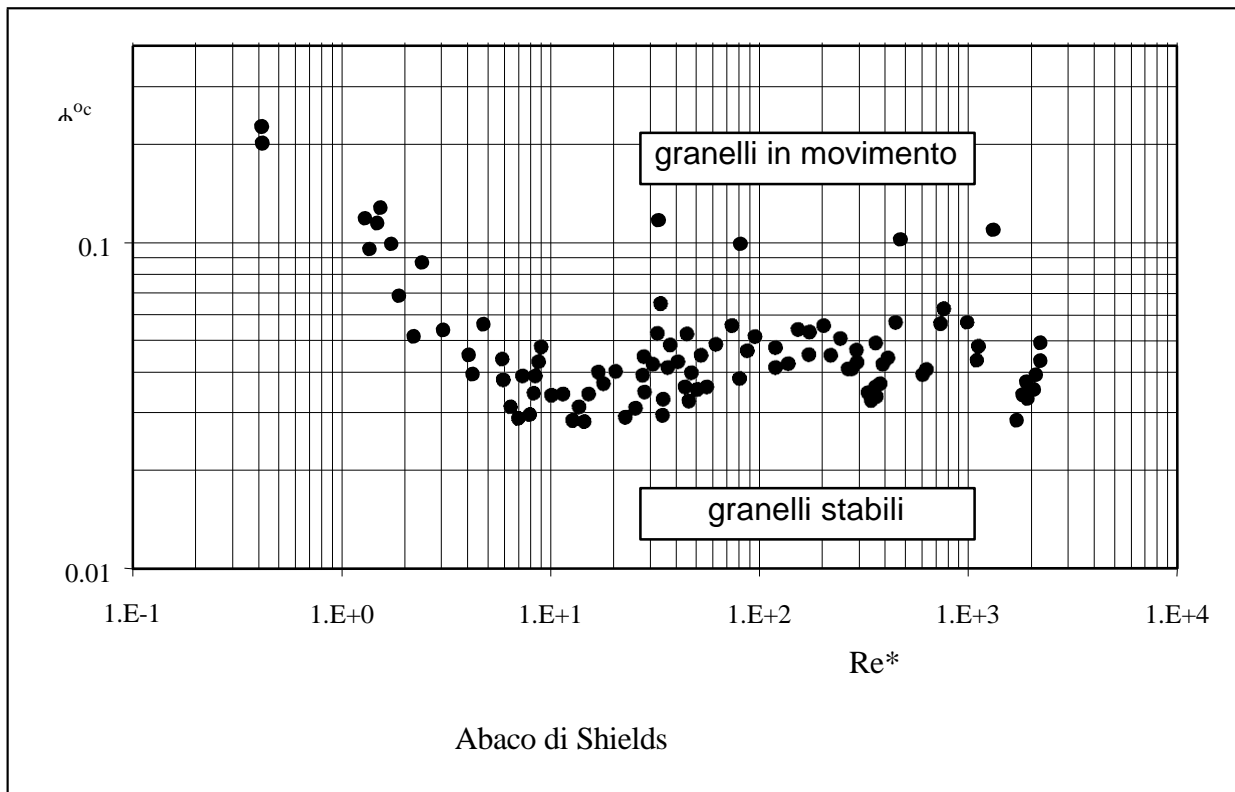
1.3 LEGGI DI INCIPIENTE MOVIMENTO / 1 (abaco di Shields)

Nel precedente paragrafo si è visto come, sulla base di opportuni schemi fenomenologici, la stabilità di un granello di fondo può essere valutata sulla base del confronto dello sforzo tangenziale τ (opportunamente normalizzato) esercitato dalla corrente sul fondo rispetto ad una soglia critica di cui rimane da determinare la dipendenza dal numero di Reynolds (ed eventualmente dalla granulometria dei sedimenti).

Ci si ponga sotto le condizioni:

1. $i = 0$ ($\theta = 0$)
2. granulometria uniforme ($d = \text{cost}$)

I valori per la soglia critica sono stati studiati sperimentalmente da Shields (1936) in funzione del numero di Reynolds $Re^* = u^*d/v$, ottenendo l'andamento rappresentato in figura (l'apice "0" apposto a ϕ_c sta ad indicare la condizione $i = 0$). In altre parole, i risultati della figura rappresentano la definizione sperimentale della funzione $f(\cdot)$, la cui dipendenza dal numero di Reynolds non era stata specificata.



In relazione ai risultati dell'abaco di Shields si possono fare alcune osservazioni.

- 1) La soglia ϕ_c di incipiente movimento risulta dipendere dal numero di Reynolds soprattutto ai valori inferiori di Re^* . Agli alti numeri di Reynolds il fenomeno risulta di fatto indipendente da Re^* (la viscosità non ha più alcun effetto).

Peraltro, nella maggior parte dei casi reali, si ha $Re^* > 100$, e conseguentemente è lecito assumere $\phi_c^* = \text{cost.}$ Si vedano a tal proposito i due esempi sotto riportati.

Canale	Fiume di montagna
$d = 0.001 \text{ m}$ $K_s = 50$ $i = 0.1 \%$	$d = 0.01 \text{ m}$ $K_s = 25$ $i = 1 \%$
$Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$ \downarrow $h_o = 2.4 \text{ m}$ $U = 2.0 \text{ m/s}$ $R = 1.4 \text{ m}$ $u^* = 0.12 \text{ m/s}$ $C = 53 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ $\Rightarrow Re^* = 120$	$Q = 145 \text{ m}^3/\text{s}$ \downarrow $h_o = 2.5 \text{ m}$ $U = 5.2 \text{ m/s}$ $R = 1.8 \text{ m}$ $u^* = 0.59 \text{ m/s}$ $C = 28 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ $\Rightarrow Re^* = 5900$

- 2) Nel campo ai maggiori numeri di Reynolds, la maggior parte dei punti sperimentali è compresa in $\phi_c = 0.04 \div 0.06$, ma si arriva anche a $\phi_c = 0.1$. Scarti del 100% !

- 3) Molteplici cause giustificano la notevole dispersione dei punti:

- Sono stati di fatto trascurati i parametri caratteristici della **forma** e della **disposizione** dei sedimenti (cfr. modello fenomenologico); tali parametri sono in effetti non determinabili, e del tutto casuali per il singolo granello, sebbene si possa pensare di identificarne valori "efficaci" rappresentativi dell'insieme dei sedimenti.
- Imperfetta similitudine dei profili di velocità, implicitamente contenuti nel confronto fra ϕ e ϕ_c .
- Non univocità del criterio per identificare le condizioni di incipiente movimento, da valutarsi sulla base del moto di una quantità finita di granelli.

Nel seguito sono discusse alcune estensioni ai risultati di Shields, per condizioni al di fuori dei limiti sperimentali relative ai dati sopra discussi.

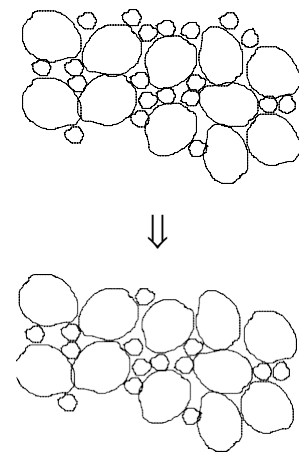
Granulometria non uniforme

Se i sedimenti non hanno dimensione costante si ritiene di potere confrontare il parametro ϕ di mobilità con il valore di soglia all'incipiente movimento selettivamente per ogni frazione granulometrica:

$$\phi(d) = RJ / \Delta d \quad \leftrightarrow \quad \phi_c(Re^*)$$

Data una condizione di flusso (e quindi fissati i valori di R e J) la mobilità dei sedimenti è inversamente correlata a d ; esiste pertanto un valore minimo per d al di sotto del quale i granelli vengono trasportati dalla corrente.

A causa del fenomeno descritto si determina una situazione di erosione selettiva dei sedimenti a minor diametro, e di conseguenza una variazione della distribuzione granulometrica nello strato superficiale, caratterizzato da un aumento della dimensione media dei granelli; si è soliti definire tale fenomeno con il termine *corazzamento*, ad indicare una aumentata resistenza superficiale del fondo all'erosione. Si noti peraltro che, qualora lo strato superiore di sedimenti venga rimosso, la resistenza all'erosione cala bruscamente, ritornando esposti alle azioni idrodinamiche gli strati inferiori caratterizzati dalla granulometria originale.



Oltre al fenomeno del corazzamento si deve segnalare che, volendo applicare il criterio di incipiente movimento selettivamente per ogni frazione granulometrica d , la soglia di mobilità deve essere in effetti corretta sulla base del rapporto d/d_{50} : la presenza di particelle di elevate dimensioni tende a "proteggere" quelle più piccole, e viceversa una particella grossa isolata fra particelle di dimensioni minori risulta più esposta che nel caso di granulometria uniforme. Per la definizione quantitativa del problema si rimanda ai testi specializzati.

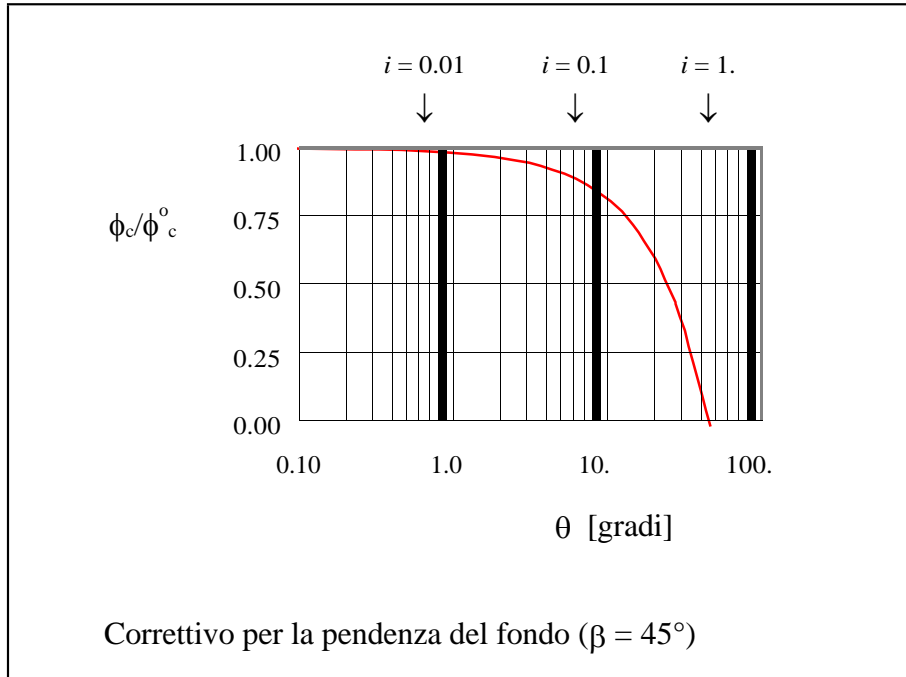
Correzione per pendenza diversa da 0

Valori di pendenza del fondo diversi da zero riducono la stabilità dei granelli, riducendosi l'effetto stabilizzante della gravità. Nel caso limite in cui $\theta = \beta$ (inclinazione del fondo pari all'angolo di natural declivio dei sedimenti) risulta $\phi_c = 0$ (i granelli si muovono per $\phi = 0$ ovvero per $\tau = 0$).

Il correttivo da applicarsi a ϕ_c^0 per tenere conto della pendenza è

$$\phi_c = \phi_c^o \cos \theta \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \beta} \right)$$

L'andamento di tale fattore correttivo è diagrammato in figura.



Fattori correttivi differenti dalla (1.4.1) diversi sono proposti in letteratura, sulla base di schemi concettuali diversi (si veda il paragrafo 1.7); gli andamenti risultano comunque qualitativamente e quantitativamente paragonabili a quello di figura 3.

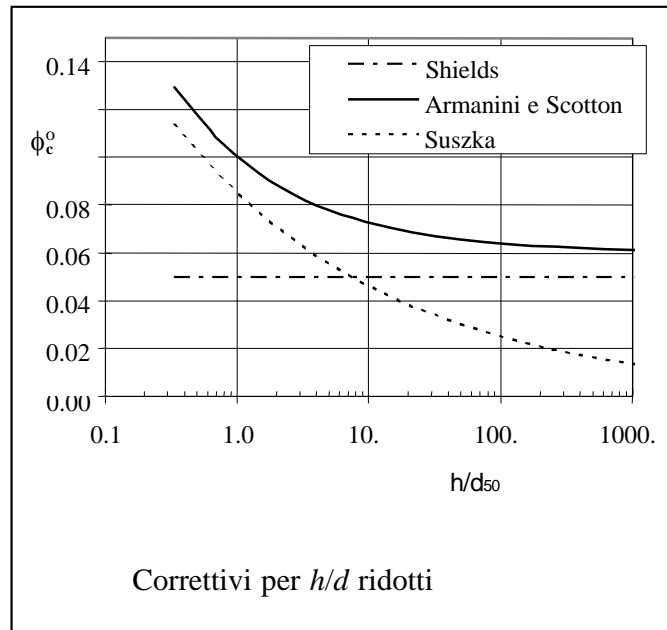
h/d ridotti (basso grado di sommergenza)

I risultati dell'abaco di Shields valgono se le dimensioni dei granelli sono piccole rispetto a quelle della corrente, ovvero per valori non piccoli del grado di sommergenza h/d . Per $h/d < 6$ la soglia di incipiente equilibrio deve essere corretta, risultando questa inversamente correlata con h/d . Tale effetto, non evidenziato nel modello concettuale proposto nel paragrafo precedente, è dovuto alla deformazione dei profili di velocità: il legame $u_d \leftrightarrow u^*$ risulta diverso per h/d ridotti rispetto alle leggi "universali" valide per i maggiori rapporti di sommergenza, e quindi risulta differente il legame fra gli sforzi sul fondo (ovvero le perdite di carico) e la mobilità dei granelli; si riscontra, di fatto, che questa si riduce progressivamente al diminuire di h/d . Si noti che bassi valori di h/d sono tipici dei torrenti montani, caratterizzati da granulometrie non fini e pendenze elevate, che inducono limitate altezze d'acqua.

Si riportano di seguito due correttivi proposti in letteratura per tenere conto degli effetti sopra discussi; i relativi andamenti sono confrontati in figura.

Suszka (1991)
$$\phi_c^o = 0.0851 \left(\frac{h}{d_{50}} \right)^{-0.266}$$

Armanini e Scotton (1994)
$$\phi_c^o = 0.06 \left(1 + 0.67 \sqrt{\frac{d}{h}} \right) \tag{1.4.3}$$



Entrambi i correttivi determinano un aumento di ϕ_c^0 al diminuire di h/d , in conseguenza della

diminuita mobilità dei granelli al diminuire del grado di sommergenza. E' peraltro evidente che la formula di Suszka non è tarata per valori elevati di h/d , indicando una diminuzione indefinita della soglia critica all'aumentare del grado di sommergenza, laddove tale soglia presenta un asintoto (orizzontale) definito dai risultati dell'abaco di Shields.

1.4 LEGGI DI INCIPIENTE MOVIMENTO / 2

Nei paragrafi precedenti le condizioni di incipiente movimento dei sedimenti di un alveo sono state valutate sulla base del confronto fra lo sforzo esercitato dalla corrente sul fondo ($\tau = \gamma R J$) e del valore di soglia per un granello per essere mosso, risultando:

$$\tau_c = f(\rho, \rho_s, g, d, \nu, \theta)$$

Le condizioni critiche possono evidentemente essere definite sulla base di grandezze diverse dagli sforzi; in generale si può esprimere una qualsiasi grandezza ($U, u^*, \tau, i, Q, \dots$) in funzione delle altre, sempre in stato di incipiente movimento, per ottenere relazioni del tipo:

$$U_c = \dots \quad \tau_c = \dots \quad i_c = \dots \quad q_c = \dots$$

In figura sono poste a confronto alcune delle formule esistenti. Per permettere il confronto, tutte le formule sono state trasformate in termini di ϕ_c ; quando necessario il legame sforzi - velocità è stato esplicitato mediante la legge di resistenza. Tutte le formule sono riferite a sezione "larga" (in cui sia $R \cong h$), in condizioni di *moto uniforme*, per elevati numeri di Reynolds.

Osservazioni

1. Per i minori valori di i , ovvero elevati valori di h/d , la maggior parte delle formule portano a valori approssimativamente costanti per ϕ_c , distribuiti all'interno della fascia di valori in cui si disperdono i punti dell'abaco di Shields ($\phi_c = 0.03 \div 0.06$; $Re^* > 70$). Fanno eccezione alcune formule che appaiono evidentemente inadeguate a stimare la soglia di incipiente movimento per i minori di valori di pendenza.
2. Per $i > 0.2$, $h/d < 6$, ovverosia al di fuori del campo di validità dell'abaco di Shields, si presentano andamenti contrastanti: alcune formule indicano andamenti crescenti della soglia di mobilità, in corrispondenza della riduzione del grado di sommergenza, salvo invertire tale andamento per le pendenze più elevate qualora sia presente un correttivo specifico per la pendenza; per altre formule prevale senz'altro quest'ultimo effetto, cosicché la soglia di incipiente movimento è indicata essenzialmente decrescente al crescere di i e quindi di h/d .

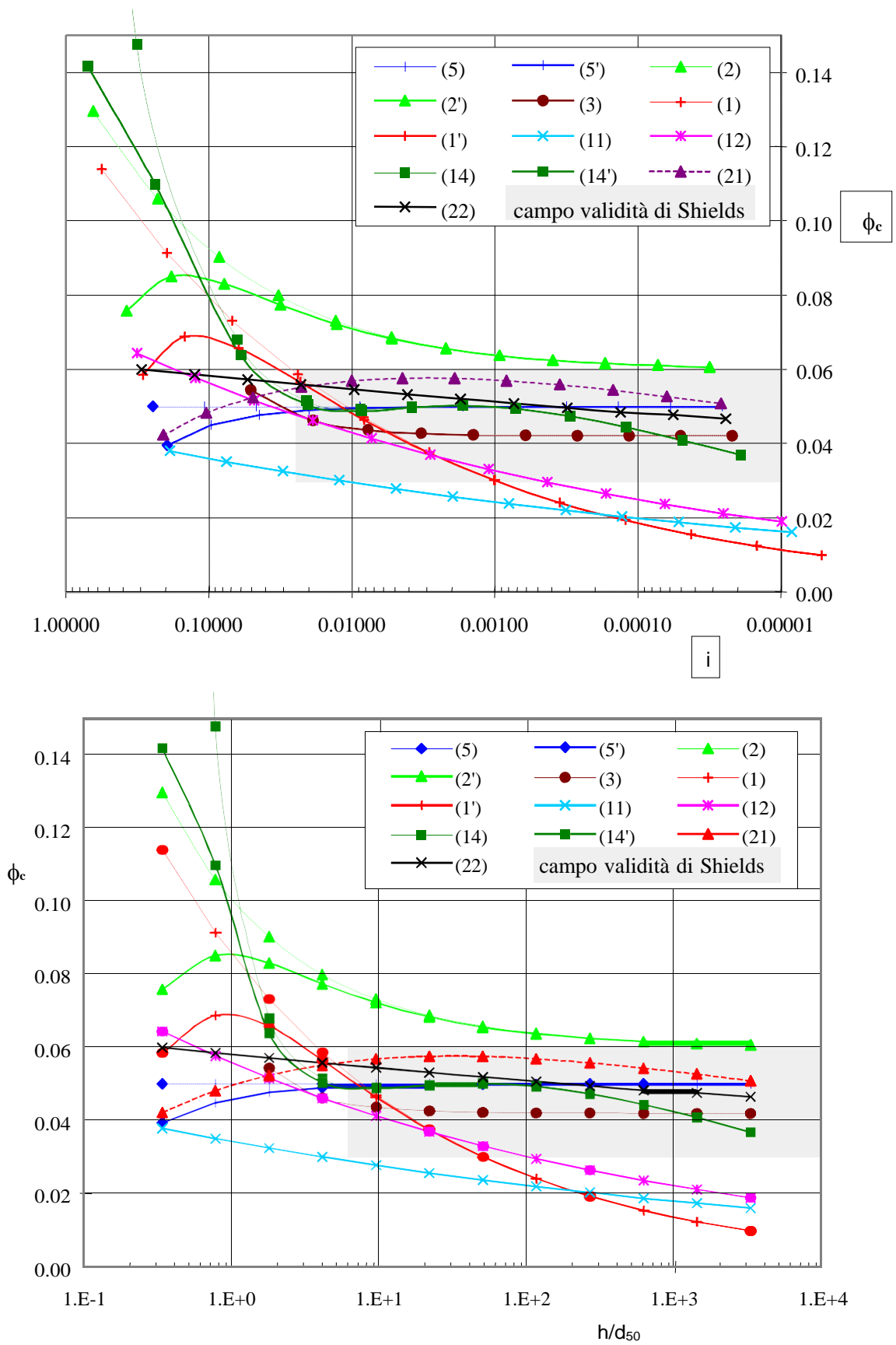


Figura 8: confronto fra le formule di incipiente movimento.

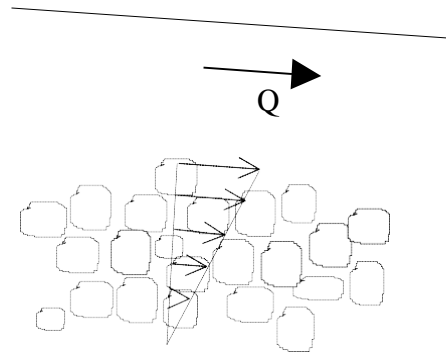
Riferimento	Formula	Note	
Shields	$\phi_c = 0.05$	$h/d > 6$	(5)
Shields	$\phi_c = 0.05 \cos \theta \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \beta} \right)$	$h/d > 6$	(5')
Armanini e Scotton	$\phi_c^o = 0.06 \left(1 + 0.67 \sqrt{\frac{d}{h}} \right)$		(2)
Armanini e Scotton	$\phi_c^o = 0.06 \left(1 + 0.67 \sqrt{\frac{d}{h}} \right) \cos \theta \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \beta} \right)$		(2')
Graf e Suszka	$\phi_c = 0.042 10^{2.2 i}$	$i = 0.02 \div 0.2$	(3)
Suszka	$\phi_c^o = 0.0851 \left(\frac{h}{d_{50}} \right)^{-0.266}$	$h/d = 0.5 \div 50$	(1)
Suszka	$\phi_c^o = 0.0851 \left(\frac{h}{d_{50}} \right)^{-0.266} \cos \theta \left(\tan \beta - \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho} \tan \theta \right)$	$h/d = 0.5 \div 50$	(1')
Bettes	$q_c = \frac{0.134}{i} \ln \frac{1.221}{i}$	$i = 0.002 \div 0.1$ $(h/d = 1 \div 100)$	(21)
Bathurst <i>et al.</i>	$q_c = 0.15 i^{-1.12}$	$i = 0.002 \div 0.1$ $(h/d = 1 \div 100)$	(22)

1.5 TRASPORTO DI FONDO

Fino ad ora si è affrontato il problema di determinare la soglia di movimento incipiente dei sedimenti in funzione delle caratteristiche della sovrastante corrente fluida. Il passo successivo è necessariamente quello di determinare, nel caso tale soglia sia superata, la quantità di solido movimentato. Il fenomeno del trasporto solido (di fondo) può essere schematizzato secondo diversi approcci, che non devono essere interpretati come escludentesi a vicenda, bensì complementari nel descrivere una fenomenologia complessa.

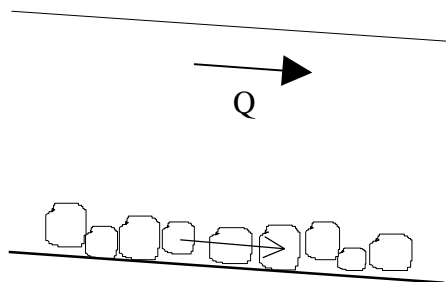
"Strato limite" di solido in moto

Trascinato dagli sforzi tangenziali, uno spessore più o meno profondo di particelle solide viene messo in movimento; all'aumentare della profondità gli strati di solido sono caratterizzati da velocità progressivamente decrescenti.



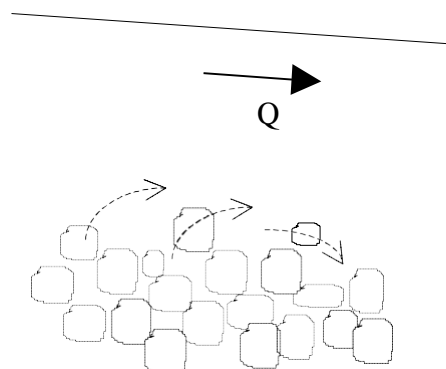
Moto superficiale

Solo uno strato superficiale di solido è considerato in movimento; le particelle rotolano / strisciano sulle sottostanti, ferme.



"Saltelli"

Il moto delle particelle non è schematizzato come fenomeno continuo, bensì come successione di "salti" finiti delle particelle superficiali, seguiti da tempi di riposo.



A partire dai diversi schemi concettuali si determinano varie formule che legano la quantità di solido trasportata ai parametri del flusso. Non ci si addentra in alcuna di tali analisi; basti dire che tutte conducono a formule del tipo:

$$q_s = \begin{cases} f(U/U_c) ; f(U - U_c) \\ f(i - i_c) \\ f(\tau/\tau_c) ; f(\tau - \tau_c) \\ \dots \text{ analoghe} \end{cases}$$

in cui la portata solida q_s (portata volumetrica di solido per unità di larghezza, vuoti esclusi) è legata all'eccedenza fra un parametro caratteristico della corrente e la corrispondente soglia di incipiente movimento (eccedenza espressa come differenza o come rapporto). Ovviamente deve risultare $q_s = 0$ in condizioni di incipiente movimento. La portata volumetrica effettiva, comprensiva dei vuoti, si ottiene dividendo q_s per $(1-n)$, essendo n la porosità del materiale.

La portata solida q_s viene generalmente adimensionalizzata secondo il numero indice Φ :

$$\Phi = \frac{q_s}{\sqrt{d^3 g \Delta}}$$

Nella successiva tabella sono riportate alcune formule per il trasporto di fondo. Le formule devono essere considerate valide solo al di sopra della soglia critica.

Schocklitsch (1962)	$q_s = \frac{2.5}{\rho_s / \rho} i^{1.5} (q - q_c)$	(A1)
Bathurst <i>et al.</i> (1987) (Meyer-Peter e Müller modificato)	$\Phi = 8(\phi^* - \phi_c^*)^{1.5}$ $\phi^* = \frac{\rho u^{*2}}{\gamma \Delta d \cos \theta (\tan \beta - \tan \theta)}$	(B1)
Suszka (1991)	$\Phi = 10.4 \phi^{3/2} \left(1 - \frac{\phi^e}{\phi}\right)^{5/2}$	(C1)
Meyer-Peter e Müller (1948)	$\Phi = 13.3 (\phi - \phi_c)^{1.5}$	(D1)
Pezzoli (1979)	$q_s = d \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{2}{3} \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/6} \left(\sqrt{\frac{\tau}{\tau_c}} - 1\right)^{5/3}$ $\tau = (\rho_s - \rho) g d \phi$	(E1)

La formula più diffusa è probabilmente la (D1); la (B1) ne rappresenta una variante specificamente tarata per pendenze non ridotte; anche la (A1) tiene esplicitamente in conto la dipendenza dalla pendenza del fondo.

Secondo quanto discusso, una formula di trasporto deve sempre essere associata ad una valutazione delle condizioni di incipiente movimento; negli esperimenti di laboratorio tale soglia viene misurata; qualora si vogliono utilizzare i risultati in applicazioni pratiche, raramente si è in grado di misurare la soglia critica, che deve essere pertanto valutata mediante una delle formule discusse in precedenza. E' allora chiaro che alla inevitabile dispersione dei risultati relativi alle formule di trasporto si somma la dispersione dei risultati per l'incipiente movimento. Per questa ragione, benché la scelta della formula di incipiente movimento da abbinare ad una formula per il trasporto sia in linea di principio del tutto libera, è opportuno, quando possibile, utilizzare formule fra loro omogenee dal punto di vista concettuale e della

fonte (ovvero dei dati su cui sono state tarate), al fine di minimizzare la dispersione del risultato. Sono di seguito elencati alcuni possibili abbinamenti per le formule precedentemente proposte.

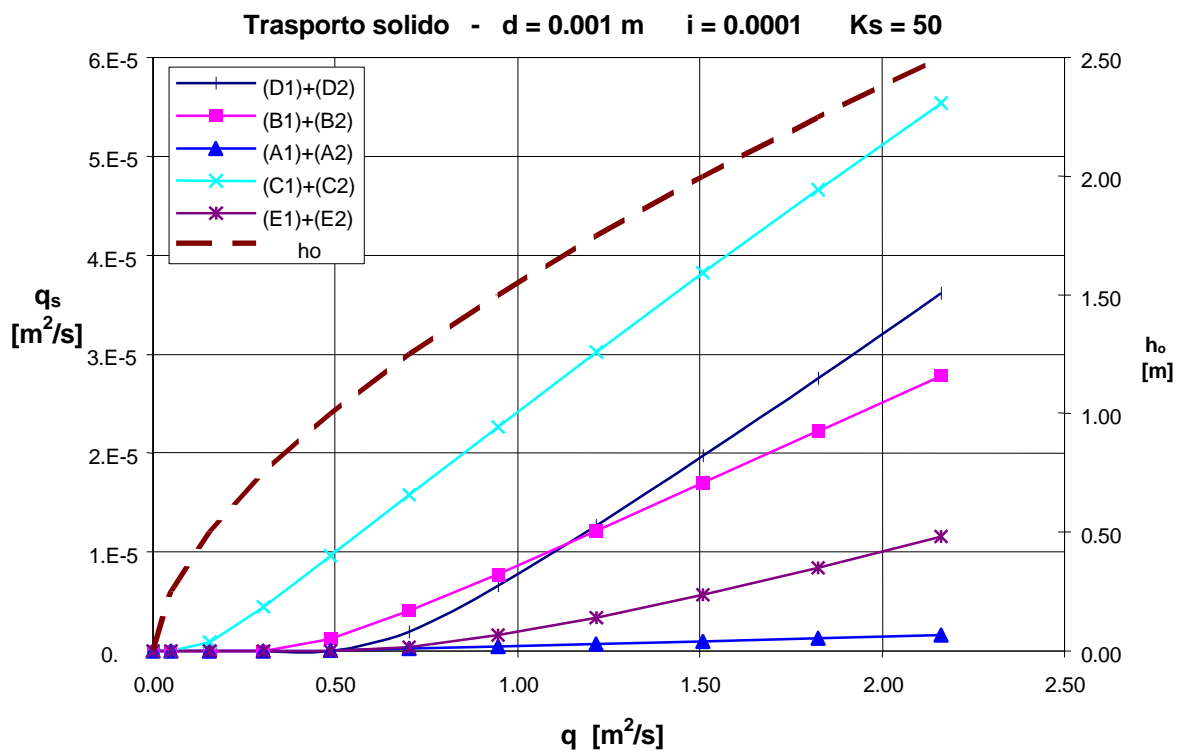
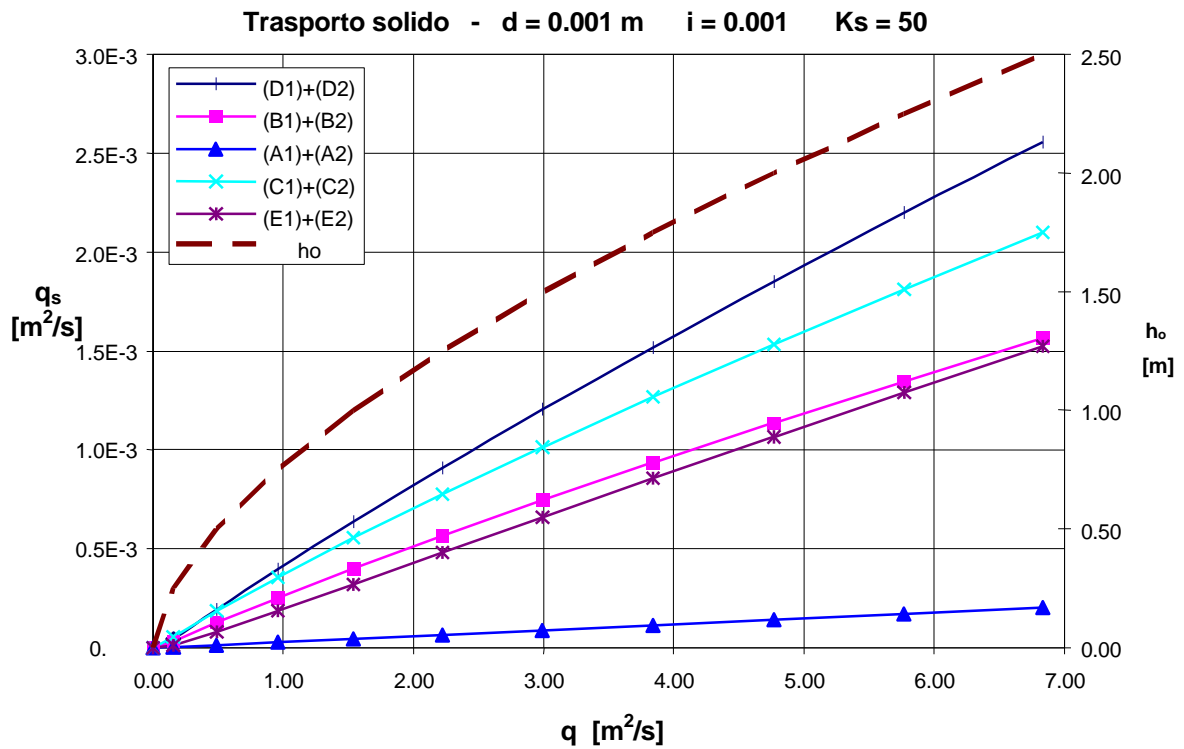
Schocklitsch	→	$\frac{q_c}{\sqrt{gd^3}} = 0.15 i^{-1.12}$	(A2)
Bathurst <i>et al.</i>	→	$\phi_c^o = 0.047$	(B2)
Suszka	→	$\phi_c^v = 0.0851 \left(\frac{h}{d}\right)^{-0.266}$	(C2)
Meyer-Peter e Müller, Pezzoli	→	$\phi_c^o = 0.06 \left(1 + 0.67 \sqrt{\frac{d}{h}}\right)$ $\phi_c = \phi_c^o \cos \theta \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \beta}\right)$	(D2), (E2)

Le formule di trasporto sono in generale determinate per pendenze trascurabili o nulle, e rapporti di sommergezza elevati. Se non specificamente indicati (formula (B1)) correttivi per pendenze elevate e ridotti valori di h/d sono da apportarsi non tanto alla formula di trasporto, quanto al termine di soglia.

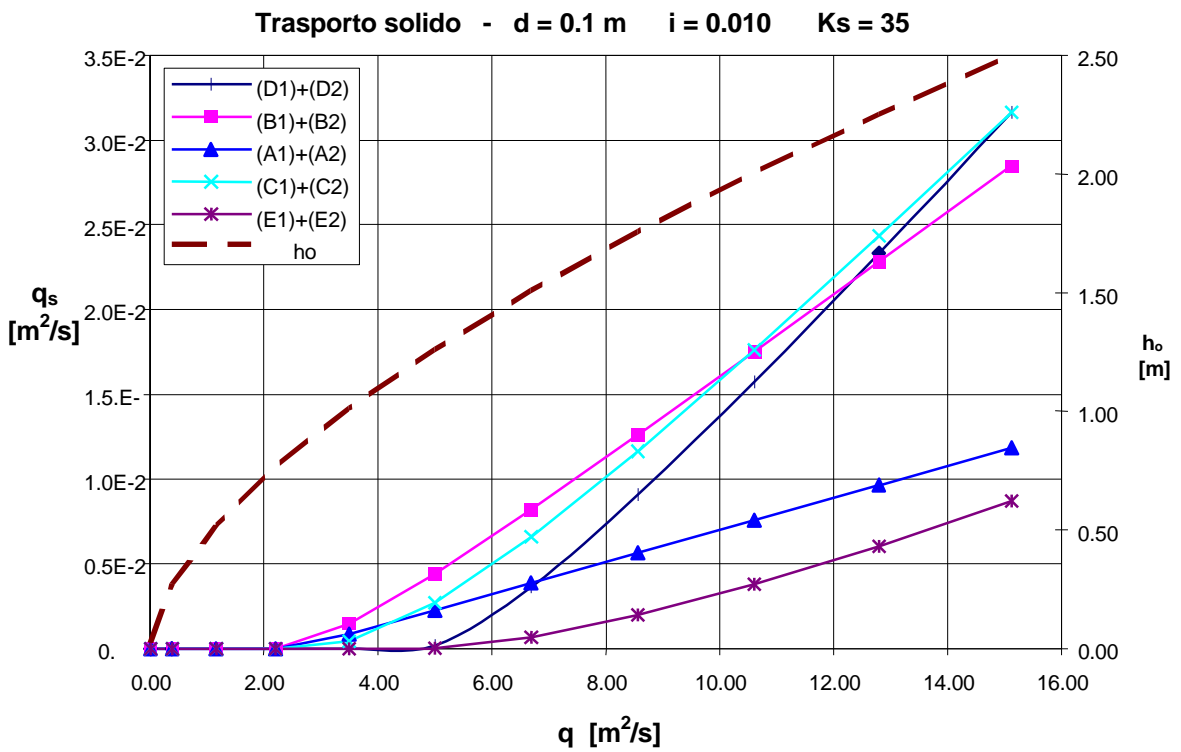
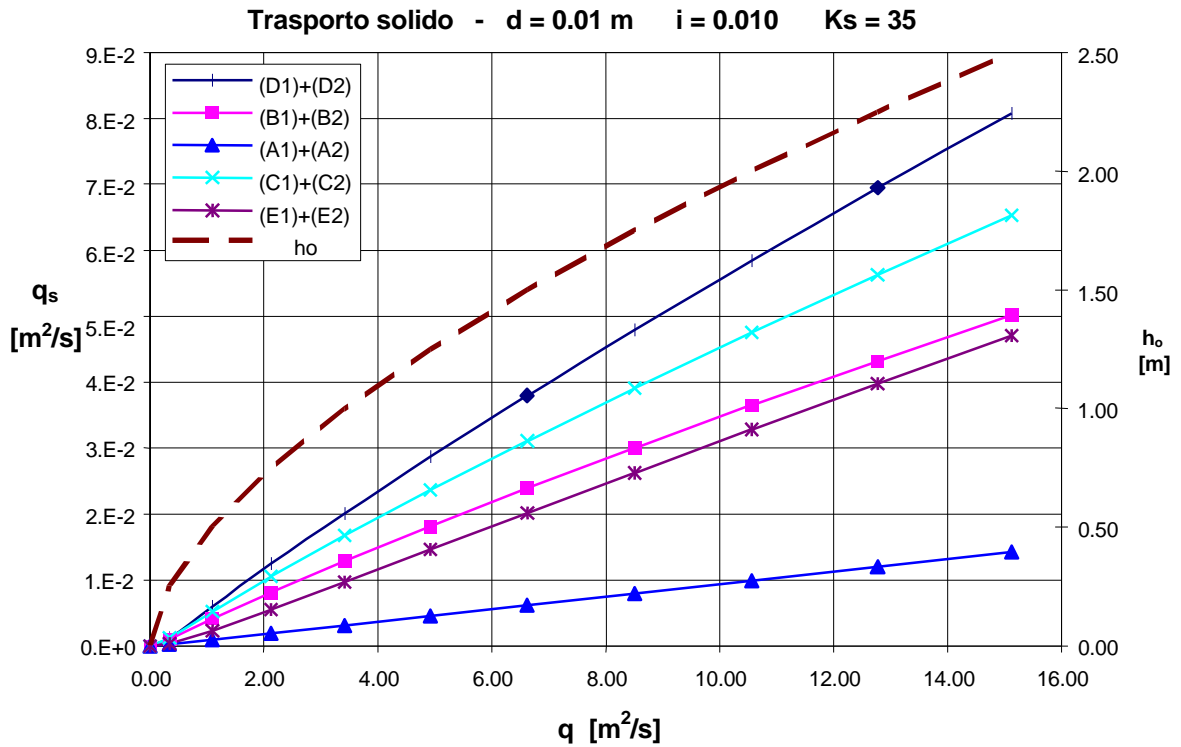
In figura 9 le formule sono poste a confronto per alcuni valori significativi dei parametri, per il caso di sezioni "larghe" e condizioni di moto uniforme per la corrente; le perdite di carico sono state valutate tramite la formula di Chézy sulla base dei coefficienti di Strickler indicati in figura. Le portate solide q_s e liquide q sono indicate per unità di larghezza; per le diverse portate è anche indicata la corrispondente altezza di moto uniforme (asse di destra). Sebbene i risultati presentati non abbiano carattere di generalità, essendo riferiti a valori specifici per i parametri, sono comunque significative alcune osservazioni.

1. La dispersione dei risultati è estremamente elevata. Al di là dell'ovvio trend crescente di q_s all'aumentare di q le formule danno valori e gradienti alquanto dispersi, e variabili relativamente le une alle altre in funzione dei parametri del sistema.
2. Nel confrontare i risultati è opportuno considerare le differenze delle soglie di incipiente movimento, quando visibili. Parte della dispersione delle curve è infatti da imputarsi ad una diversa valutazione delle condizioni critiche.
3. Si noti in particolare che per il caso "a" (canale, $d = 0.1$ mm, $i = 0.1\%$) si ha trasporto anche per i valori minori della portata (per $q = 1$ m²/s risulta $h_o = 0.8$ m, cui corrisponde una velocità media $U = 1.25$ m/s). Solo per valori estremamente ridotti della pendenza (e quindi elevate altezze d'acqua e velocità ridotte) si riesce ad ottenere stabilità dei sedimenti (caso "b").
4. Analoga osservazione può essere svolta per i casi "c" e "d", in cui i sedimenti di dimensione inferiore ($d = 1$ cm) sono mossi anche per valori relativamente ridotti della portata, mentre solo sedimenti di dimensione dell'ordine della decina di cm risultano relativamente stabili. Si notino i diversi ordini di grandezza per q_s per il canale e per il fiume di montagna.

Canale: confronto delle formule di trasporto per due valori di pendenza



**Fiume di montagna:
confronto delle formule di trasporto per due valori di dimensione dei grani**



In figura (fonte: Bathurst *et al.*, 1987) è riportato il confronto fra un ampio campione di dati sperimentali di laboratorio ed il modello di trasporto (A1)+(A2). Tali formule si sono dimostrate le migliori per il confronto con i dati sperimentali considerati, caratterizzati da valori elevati della dimensione dei sedimenti e delle pendenze. Il confronto fra il valore misurato per q_s e il corrispondente valore calcolato mostra un accordo di massima fra formule e valori sperimentali, ma le discrepanze quantitative possono essere anche di notevole entità, specie per i valori minori delle portate solide (fino al 1000%)³. Ben peggiore è in tal senso il risultato di figura 11, in cui il modello di trasporto è confrontato con dati di campo (eccesso di portata liquida rispetto alla soglia critica in ascissa, portata solida in ordinata). Lo scarto fra i valori misurati e la previsione del modello arriva anche a due ordini di grandezza per fiumi di grandi dimensioni; nella valutazione del trasporto in fiumi di dimensioni ridotte l'errore connesso al modello risulta ancora più elevato.

Si noti che le notevoli discrepanze tra modello e dati sperimentali sono da associarsi alle condizioni estreme scelte (bassi h/d , i elevate), caratteristiche dei fiumi e torrenti di montagna, laddove i modelli di trasporto sono normalmente concepiti e tarati per situazioni tipiche dei fiumi e dei canali di pianura, con sedimenti di dimensione ridotta e pendenze non eccessive.

Sulla base dei risultati mostrati si potrebbe concludere che, almeno per situazioni relativamente estreme, non si possa ottenere, con un accettabile grado di confidenza, neppure una stima dell'ordine di grandezza del trasporto solido. In realtà non si deve rinunciare alla possibilità di stimare fenomeni quali quelli in discussione, purché si tenga ben presente che:

1. i risultati devono essere valutati con estrema cautela, e con la coscienza che, nel migliore dei casi, si può arrivare alla stima degli ordini di grandezza connessi al fenomeno, e non certo a valori precisi;
2. i modelli di calcolo devono *necessariamente* essere calibrati ed adattati ai valori di campo relativi al tratto fluviale e al bacino di interesse, o al limite di situazioni confrontabili nelle vicinanze. Sulla base dei dati storici relativi all'evoluzione planimetrica e altimetrica dell'alveo, delle caratteristiche dei sedimenti, dei volumi solidi trasportati si deve *scegliere* il modello di calcolo che si riveli più adatto alla situazione specifica ed eventualmente apporre *correzioni ragionate* ai parametri relativi alla corrente e ai sedimenti da inserire nel modello medesimo. I principali elementi di scelta e/o taratura sono:
 - a) la granulometria dei sedimenti, le caratteristiche delle sezioni trasversali, il coefficiente di resistenza;
 - b) le formule per la valutazione della soglia di incipiente movimento;
 - c) le formule per la valutazione dell'entità del trasporto.

³ Si sarebbe potuto ridurre la dispersione dei valori qualora si fosse utilizzato il valore *misurato* per la soglia di incipiente movimento, anziché quello calcolato mediante la (A2).

Confronto della formula di Schoklitsch con i dati sperimentali

q_s misurato
[m²/s]

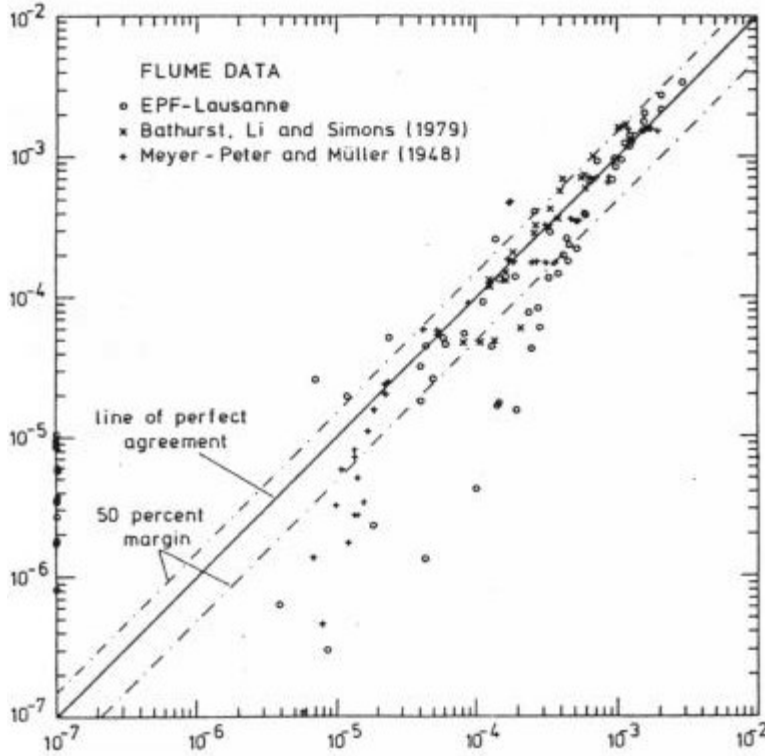


Figura 10:
dati di laboratorio

q_s calcolato [m²/s]

q_s
[m²/s]

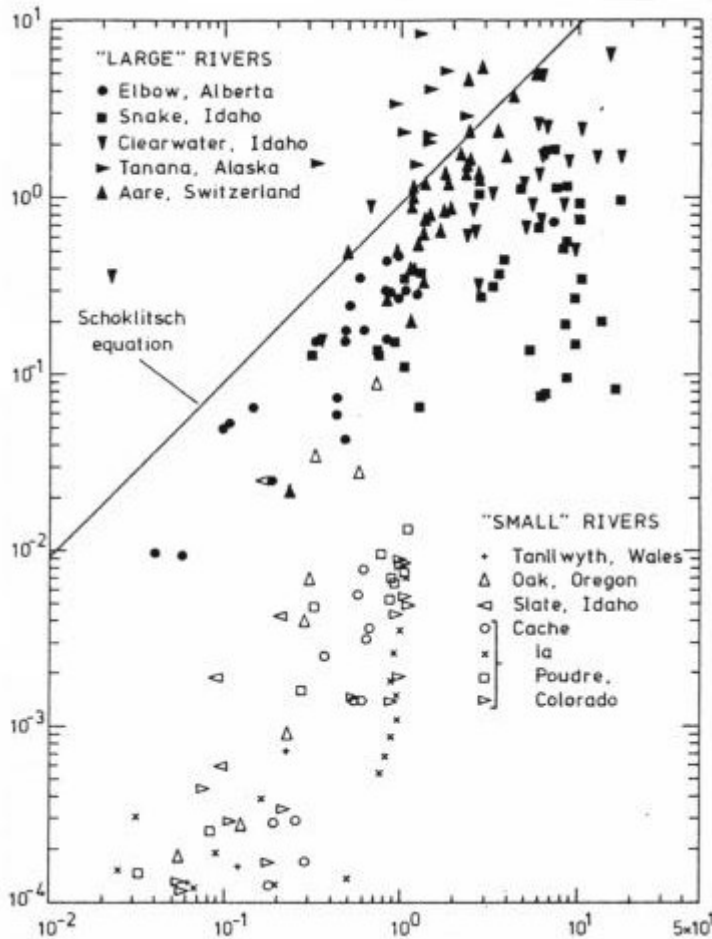


Figura 11:
dati di campo

$q - q_c$ [m²/s]

1.9 FORME DI FONDO

Quale diretta conseguenza del trasporto solido si possono verificare, sul fondo degli alvei, le cosiddette "forme di fondo". I sedimenti, muovendosi, tendono infatti a conformare il letto dell'alveo secondo ondulazioni di varia misura, forma e disposizione (ripples, dune, antidune). Possibili significativi esempi sono le ondulazioni della sabbia su di una spiaggia, le dune del deserto (create dal vento).

Le forme di fondo si muovono. La loro natura risulta funzione dei parametri della corrente, secondo relazioni più o meno bene individuate. I loro principali effetti sono:

1. le forme di fondo creano macroscabrezze che influiscono sulla resistenza dell'alveo; tali effetti devono essere tenuti in conto con opportune modifiche delle formule del paragrafo 1.2 che legano la scabrezza alla sola granulometria dei sedimenti nell'alveo.
2. Nelle formule di trasporto $\Phi = f(\phi, \phi_c)$ la ϕ va corretta per tenere conto degli effetti cui al punto (1): la quota parte di perdite di carico attribuibili alle macroscabrezze deve essere depurata dalla valutazione degli sforzi attivi per il trasporto solido.
3. Le ondulazioni di fondo, per profondità d'acqua ridotte, inducono ondulazioni sulla superficie libera della corrente; l'interazione fra i due fenomeni può portare ad un effetto di mutua esaltazione degli stessi.

Si noti che, in generale, il fenomeno delle forme di fondo è poco significativo per i torrenti; da non trascurarsi per i fiumi.

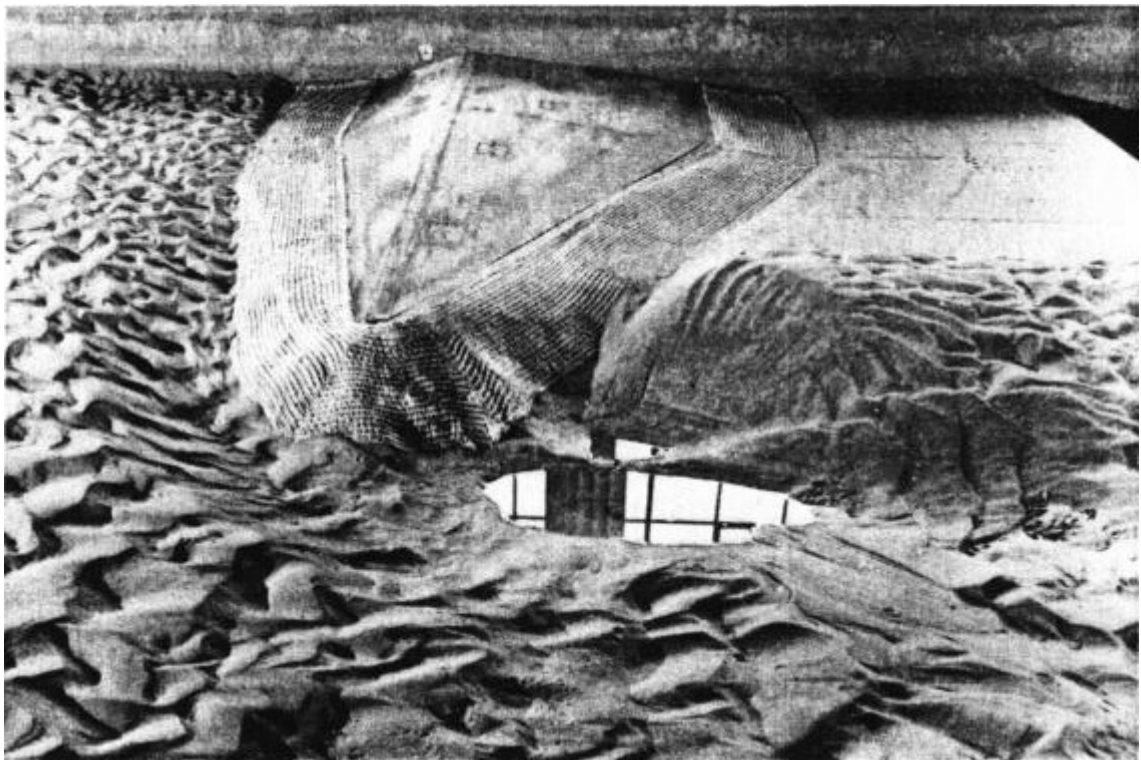


Figura 12: Esempio di forme di fondo - esperimento di laboratorio in canaletta idraulica

1.10 TRASPORTO IN SOSPENSIONE

A causa delle componenti di agitazione turbolenta presenti nelle correnti è possibile che le particelle solide vengano sollevate dal fondo e trasportate, anche per tratti di notevole estensione, in *sospensione* all'interno della corrente. Un esempio caratteristico è quello della polvere trasportata dal vento. Il fenomeno, possibile solo per sedimenti di piccola dimensione, si differenzia da quelli fino ad ora discussi per il fatto che le particelle, una volta in sospensione, assumono la velocità di traslazione della corrente, mentre le particelle in moto sul fondo si muovono con una velocità (media) inferiore a quella del fluido sovrastante.

Numerosi studi si sono occupati del trasporto in sospensione; la quantità di solido trasportato è legata alla capacità della corrente di sollevare le particelle e al tempo di permanenza delle particelle in sospensione, prima di cadere nuovamente sul fondo (e quindi alla concentrazione di solido all'interno della corrente), mentre, come detto, è nota la velocità di traslazione del solido.

Il fenomeno risulta di notevole importanza per alcuni corsi d'acqua (Nilo, Gange, ...) ma è di poco interesse in relazione alla situazione italiana.

2 FENOMENI LOCALIZZATI

Oltre ai fenomeni erosivi distribuiti, caratterizzanti l'intera sezione d'alveo e determinati dall'azione di trascinamento della corrente nel suo insieme, sono di importanza nei problemi idraulici i fenomeni localizzati a zone ristrette dell'alveo, dovuti ad accelerazioni locali create a loro volta da singolarità geometriche (curve, opere idrauliche, ...).

L'argomento non viene approfondito in questa sede; per una definizione quantitativa degli effetti erosivi è necessaria una trattazione specifica per ogni situazione di campo di moto. Si descrivono brevemente di seguito tre casi tipici, rimandando ai testi specializzati per i dettagli quantitativi.

Erosione alla base di pile e spalle.

La presenza delle pile e spalle dei ponti all'interno della corrente è causa dell'insorgere di moti vorticosi, con conseguenti aumenti di velocità in prossimità del fondo. Quale effetto di tali accelerazioni locali si instaurano processi erosivi alla base delle strutture, che arrivano facilmente a profondità pari a due volte le dimensioni trasversali delle strutture medesime; vengono così scoperte le fondazioni, mettendo a rischio la stabilità dell'opera.

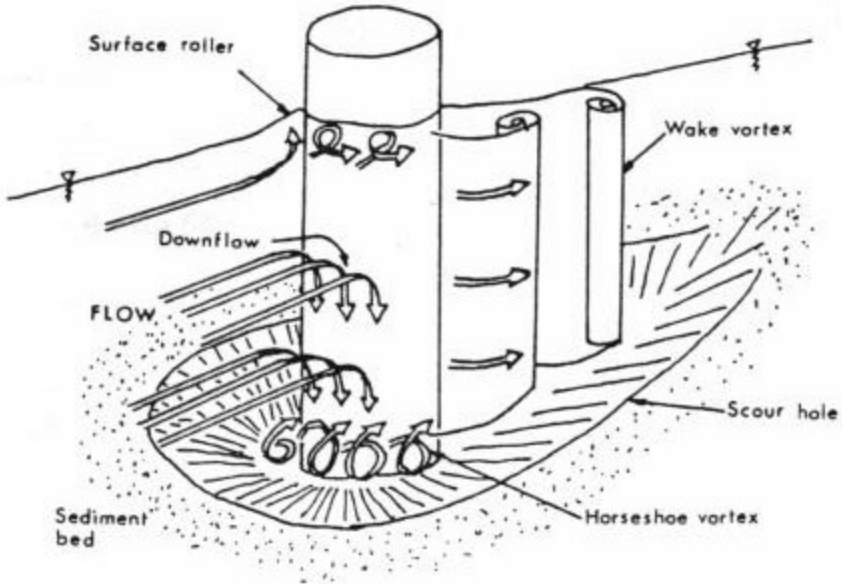
Erosione alla base di una briglia.

La lama d'acqua in caduta da una briglia crea un campo di moto fortemente turbolento alla base dell'opera, caratterizzato da notevole capacità erosiva. Anche in questo caso la buca di erosione che si può creare qualora il fondo non sia opportunamente protetto può compromettere le fondazioni e quindi la stabilità della struttura.

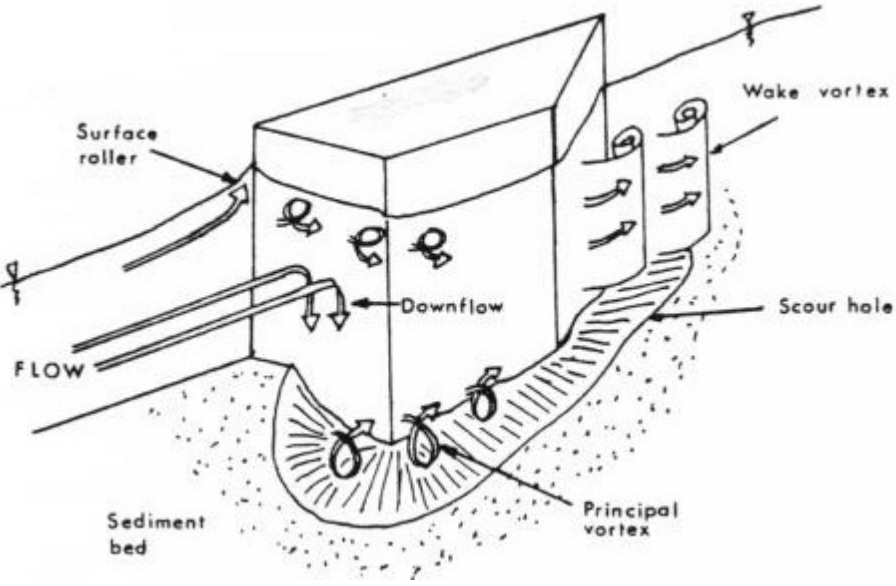
Erosione ai piedi di uno scivolo.

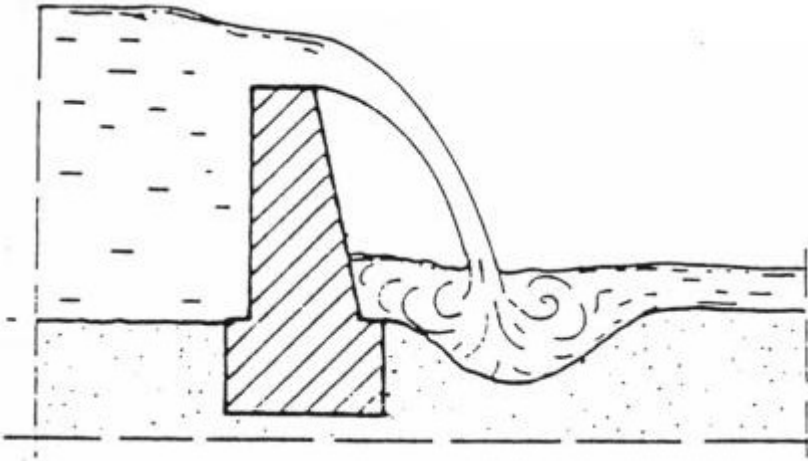
La corrente, veloce lungo lo scivolo, ritorna lenta attraverso un risalto. Tale fenomeno, fortemente dissipativo, è accompagnato da intensi scambi energetici (ovverosia moti vorticosi) che esercitano sul fondo azioni erosive anche di notevole entità.

Erosione alla base delle pile dei ponti

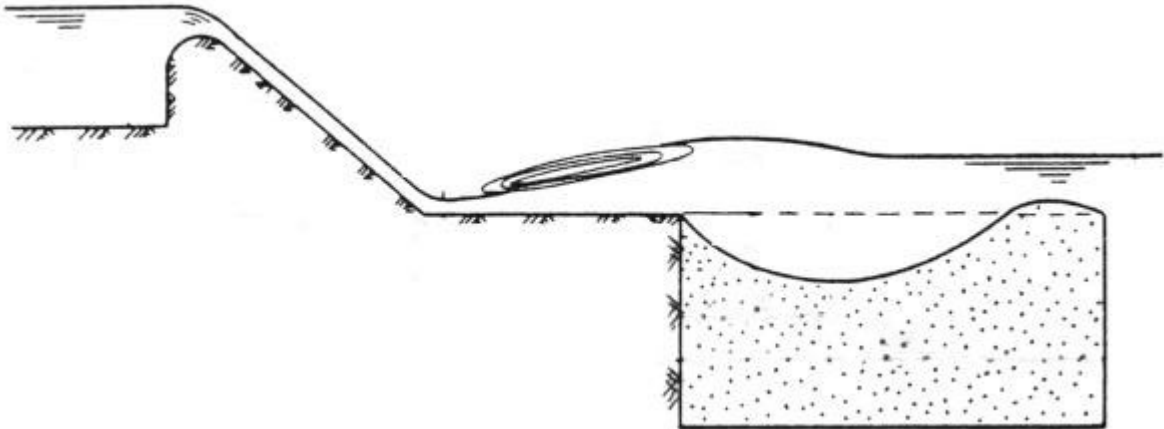


Erosione alla base delle spalle dei ponti





Erosione al piede di una briglia



Erosione a valle di uno scivolo

