LEZIONE 1

19/9/16

1

tel.
DARIO PORTELLI 040 558 2647 porteda@units.it

orario di ricevimento: MERCOLEDÌ 14-15 (o GIOVEDÌ?)

leggere le modalità d'esame.

TESTI - M. Abate - C. De Fabritiis "GEOM. ANALITICA" McGROW-HILL (+ testo di esercizi)

- F. Bottacin "ALGEBRA LIN"

- Kemeny e altri "MATEMATICA e ATTIVITÀ UMANE" Vol. II

NUMERI

Useremo quasi sempre i numeri reali. Verso la fine del corso useremo i numeri complessi in alcuni punti delicati.

$\mathbb{R}$: l'insieme di tutti i numeri reali.

Le proprietà principali di $\mathbb{R}$ sono

ci sono due operazioni in: $\mathbb{R}$ $+$ $\cdot$

cioè: presi comunque due numeri reali a, b,

"$\forall a, b \in \mathbb{R}$"

ad essi posso associare due nuovi numeri reali

$a+b$ la somma di a, b

$a \cdot b$ il prodotto di a, b

quel che ci interessa sono le proprietà di tali operazioni.

- l'addizione $+$ è associativa

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ $\boxed{a+(b+c) = (a+b)+c}$

- l'addizione ha un elemento neutro: lo zero, 0

$a+0 = a = 0+a \quad \forall a \in \mathbb{R}$

- per ogni $a \in \mathbb{R}$ esiste l'*elemento opposto* "$-a$"

  $a+(-a)=0=(-a)+a$

- l'addizione è *commutativa*: $\forall a,b \in \mathbb{R}$ vale

  $\boxed{a+b=b+a}$

- la *moltiplicazione* è *associativa*:

  $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$ $\boxed{a(bc)=(ab)c}$

- la moltiplicazione ha elemento neutro: l'uno, 1

  $a \cdot 1 = a = 1 \cdot a \qquad \forall a \in \mathbb{R}$

- per ogni $a \in \mathbb{R}$, $\boxed{a \neq 0}$ esiste l'*elemento inverso* a^{-1} oppure $\frac{1}{a}$, tale che

  $a \cdot a^{-1} = 1 = a^{-1} \cdot a$

- la moltiplicazione è *commutativa*: $\forall a,b \in \mathbb{R}$

  $\boxed{ab=ba}$

Infine, queste due operazioni sono legate tra loro dalla

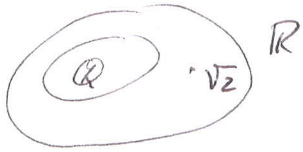
- *proprietà distributiva* del prodotto rispetto alla somma: $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$ si ha

  $\boxed{a(b+c)=ab+ac}$

Il 98% di quel che faremo dipende *solo* da queste proprietà. Osserviamo che

$\mathbb{Q}$: l'insieme di tutti i *numeri razionali*.

$\mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$



L'addizione e la moltiplic. in $\mathbb{Q}$ verificano le stesse proprietà

Una conseguenza (ci servirà) 19/9/16

Legge di annullamento del prodotto

se $a, b \in \mathbb{R}$ sono tali che $ab = 0$, allora $a=0$ oppure $b=0$.

IPOTESI (quello che si suppone)

TESI

Dim.

Consideriamo a. Abbiamo due possibilità: o $a=0$ oppure $a \neq 0$.

Se $a=0$ abbiamo già ottenuto la tesi

Se $a \neq 0$, allora esiste a^{-1}. In tal caso

$$ab = 0 \underset{\text{SPIEG.}}{\Longrightarrow} a^{-1}(ab) = a^{-1} \cdot 0 \underset{\text{si può dimostrare...}}{=} 0$$

Allora $0 = a^{-1}(ab) = (a^{-1}a) \cdot b = 1 \cdot b = b$, $\underline{b=0}$ ∎

Osserviamo che non è mai entrato in ballo nel ragionamento precedente che cosa siano effettivamente i numeri reali. Abbiamo usato solo le proprietà delle loro operazioni.

~ o ~

$$\boxed{a \cdot 0 = 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}}$$

$a = a \cdot 1 = a \cdot (1+0) = a \cdot 1 + a \cdot 0 = a + a \cdot 0$

cioè $a + \underbrace{a \cdot 0}_{?} = a \underset{\text{"QUINDI"}}{\Longrightarrow} a \cdot 0 = a - a = 0$

$$(1)\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n=b_m \end{cases}$$

SISTEMA LINEARE DI m equazioni nelle n INCOGNITE $x_1,\dots,x_n$

equazione LINEARE (le "x" compaiono al grado 1: $x^2+3x-2=0$ non è lineare)

il PRIMO INDICE individua l'EQUAZIONE
il SECONDO INDICE " l' ~~INDETERM~~ INCOGNITA

$a_{ij}, b_i \in \mathbb{R} \quad \forall i, \forall j$

a_{ij} coeff. delle incognite, b_i termini noti

Se $b_1=\dots=b_m=0$ il S.L. si dice OMOGENEO

$(u_1,\dots,u_n)\in\mathbb{R}^n$ si dice SOLUZIONE del S.L. se

$a_{i1}u_1+a_{i2}u_2+\dots+a_{in}u_n=0$ è soddisfatta per ogni $i=1,\dots,m$.

Se il SL ha soluzioni si dice COMPATIBILE, INCOMPATIBILE altrimenti.

"RISOLVERE UN SISTEMA LINEARE" significa

a) vedere se il SL è compatibile o meno (A. QUALITATIVO)

b) se è comp., vedere "quante" soluzioni vi sono (A. QUANT.)

c) determinare esplicitamente tutte le sol. (eventuali) (ASPETTO COMPUTAZIONALE)