

## **DEFINIZIONE DI MINERALE**

- **Corpo solido naturale**
- **Stato Solido – Cristallino**
- **Amorfo**
  
- **Atomi disposti in modo ordinato e periodico**
  
- **Anisotropia – Isotropia**
  
- **Legge Costanza angoli diedri (Romè de l'Isle, 1783)**
- **Legge razionalità degli indici (Hauy, 1786; molecola integrante)**
- **14 reticoli di traslazione (Bravais, metà 800)**
- **230 Gruppi Spaziali (Fedorov, Schoenflies, Barlow)**

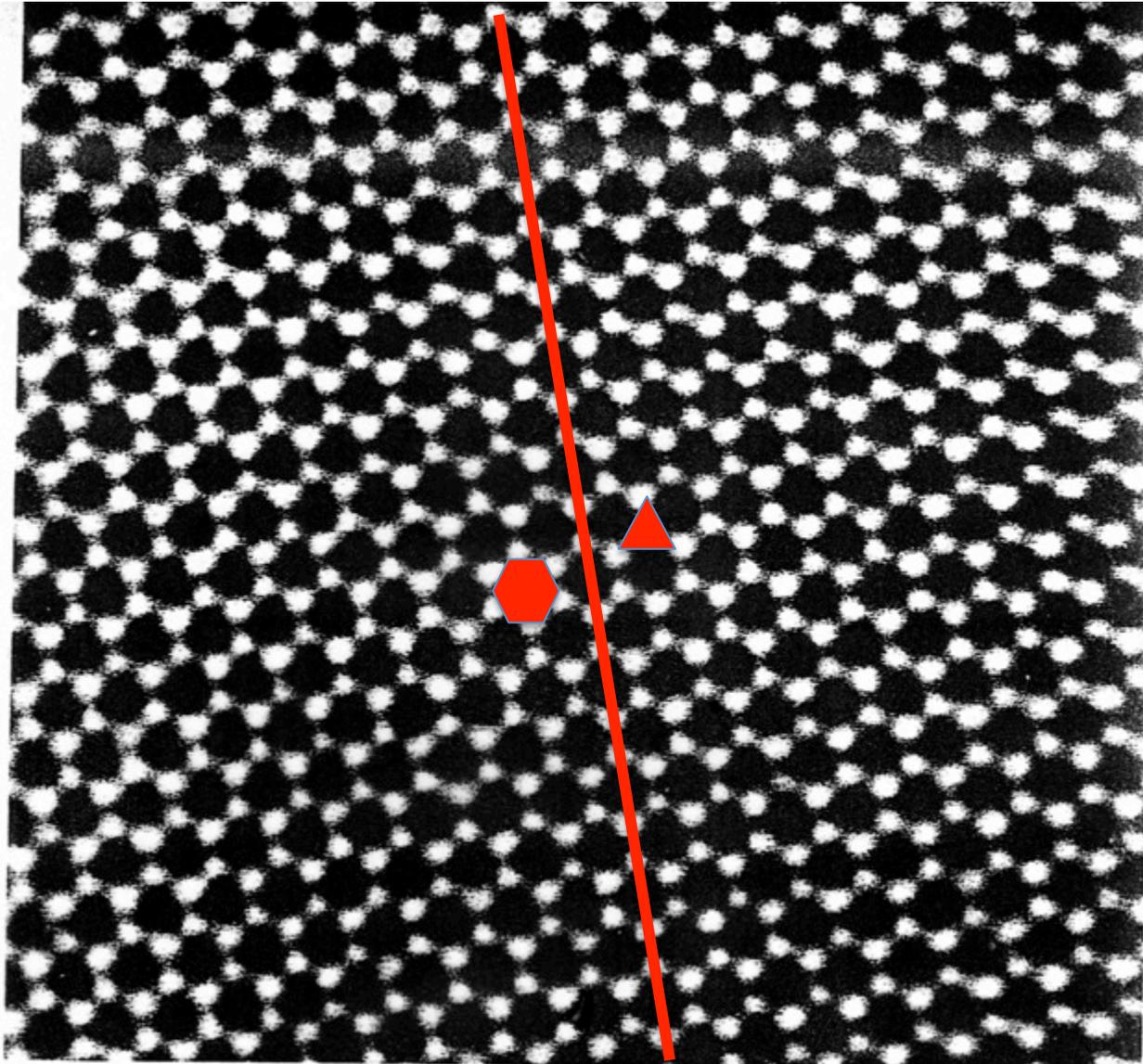
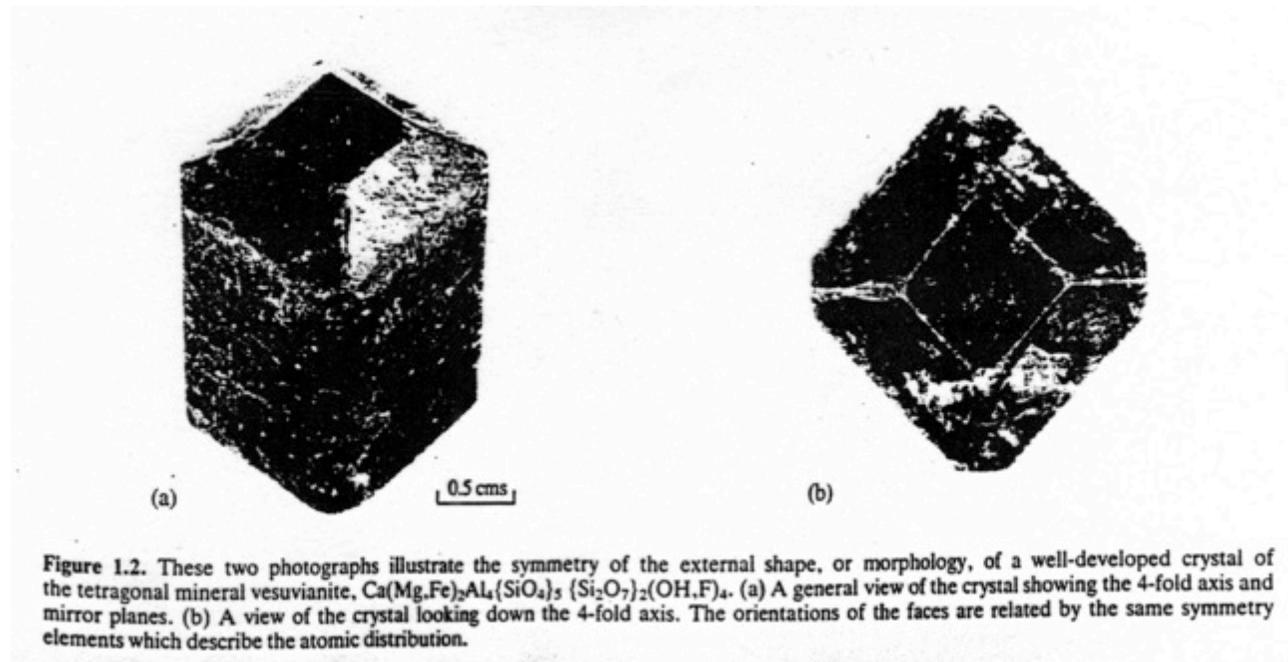
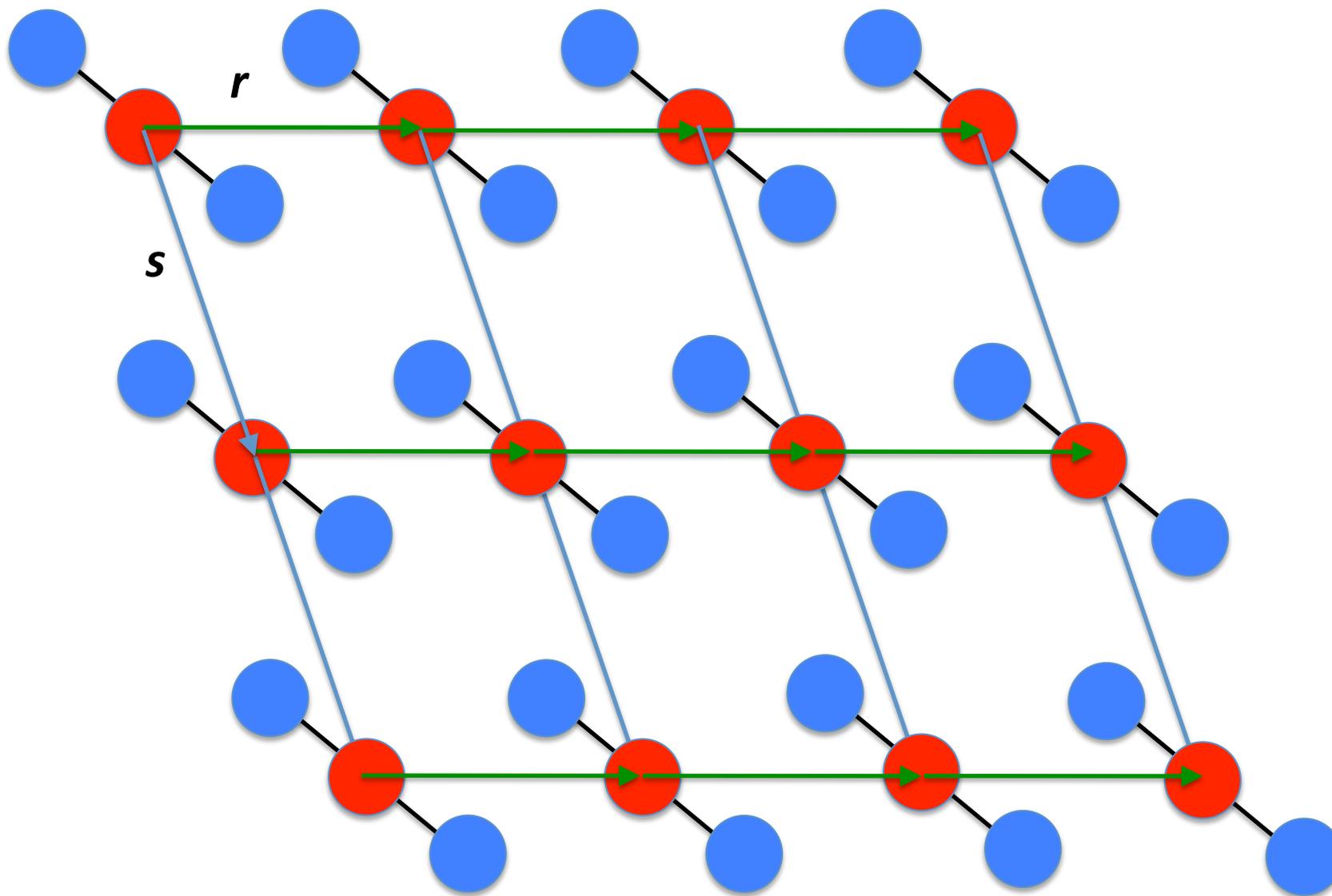


Figure 1.1. This image of the crystal structure of the mineral cordierite,  $(Mg_2Al_4Si_5O_{18})$  has been taken with a high resolution transmission electron microscope. It is a projection, through a very thin ( $\sim 200 \text{ \AA}$ ) slice, of the atomic distribution, the black spots representing hollow channels through the structure while the white spots can be equated with the regions of high atomic density, arranged around the channels in 6-fold rings. It is shown here to illustrate some aspects of the periodicity and symmetry of crystalline materials. (Scale: The distance between the black spots is  $\sim 9.7 \text{ \AA}$  or  $0.97 \text{ nm}$ .)

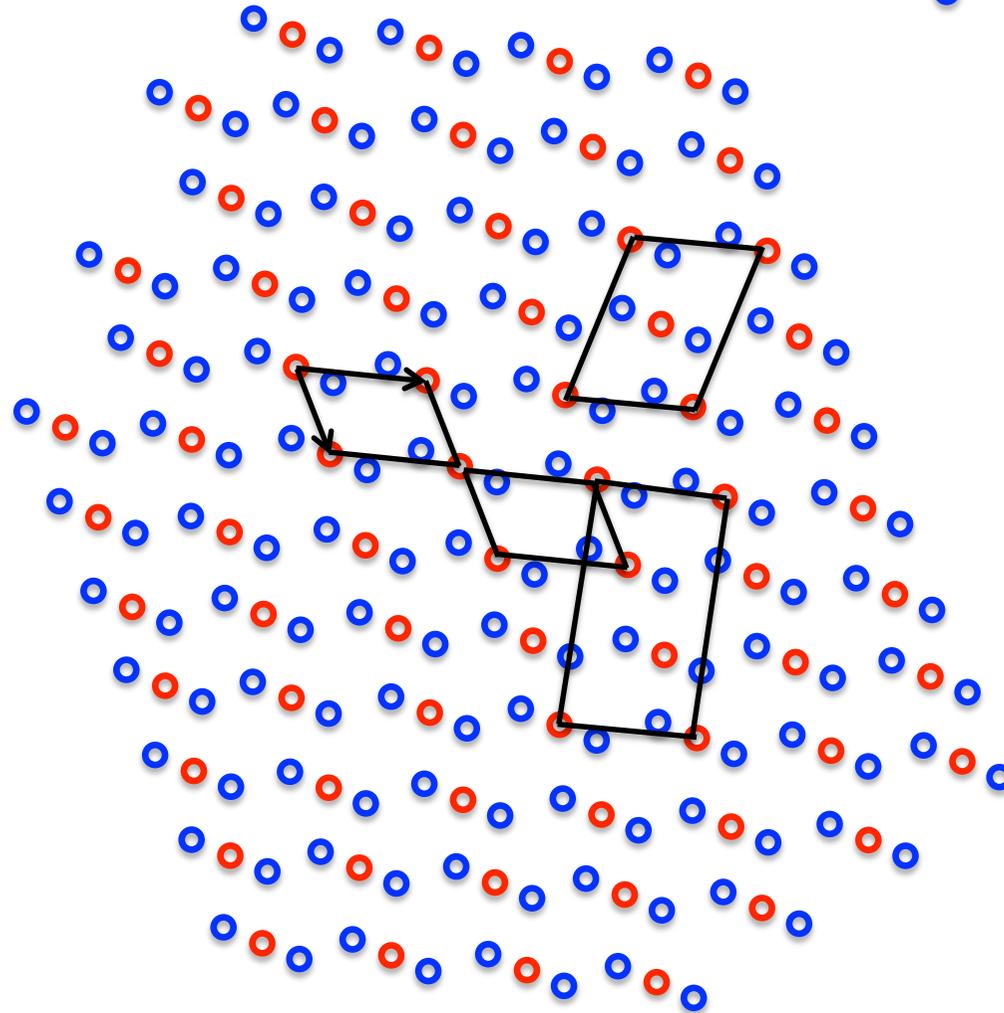


# SIMMETRIA DI TRASLAZIONE: motivo strutturale



Motivo Strutturale: scelta della maglia elementare

- A
- B

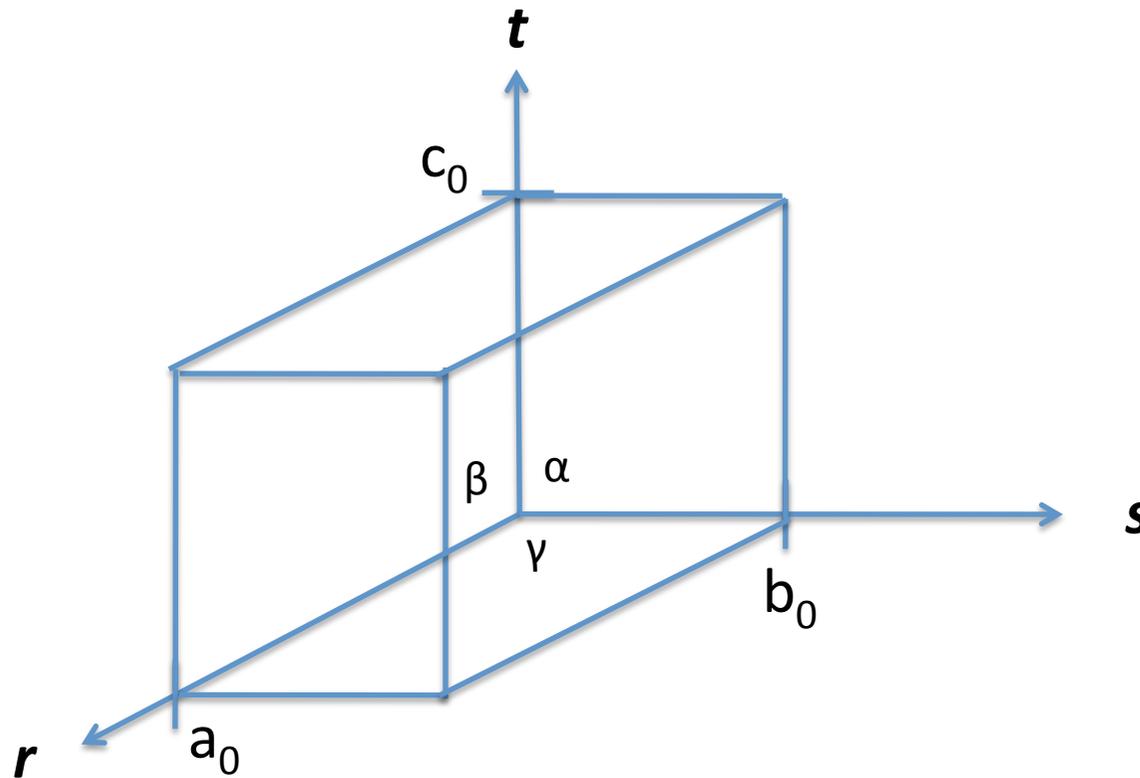


Maglia Elementare basata sui due più corti periodi di traslazione.

La maglia elementare viene descritta dai due periodi di traslazione secondo  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{s}$  e dall'angolo tra i due vettori. I moduli di  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{s}$  vengono chiamati rispettivamente  $a_0$  e  $b_0$ , mentre l'angolo tra i due  $\gamma$ .

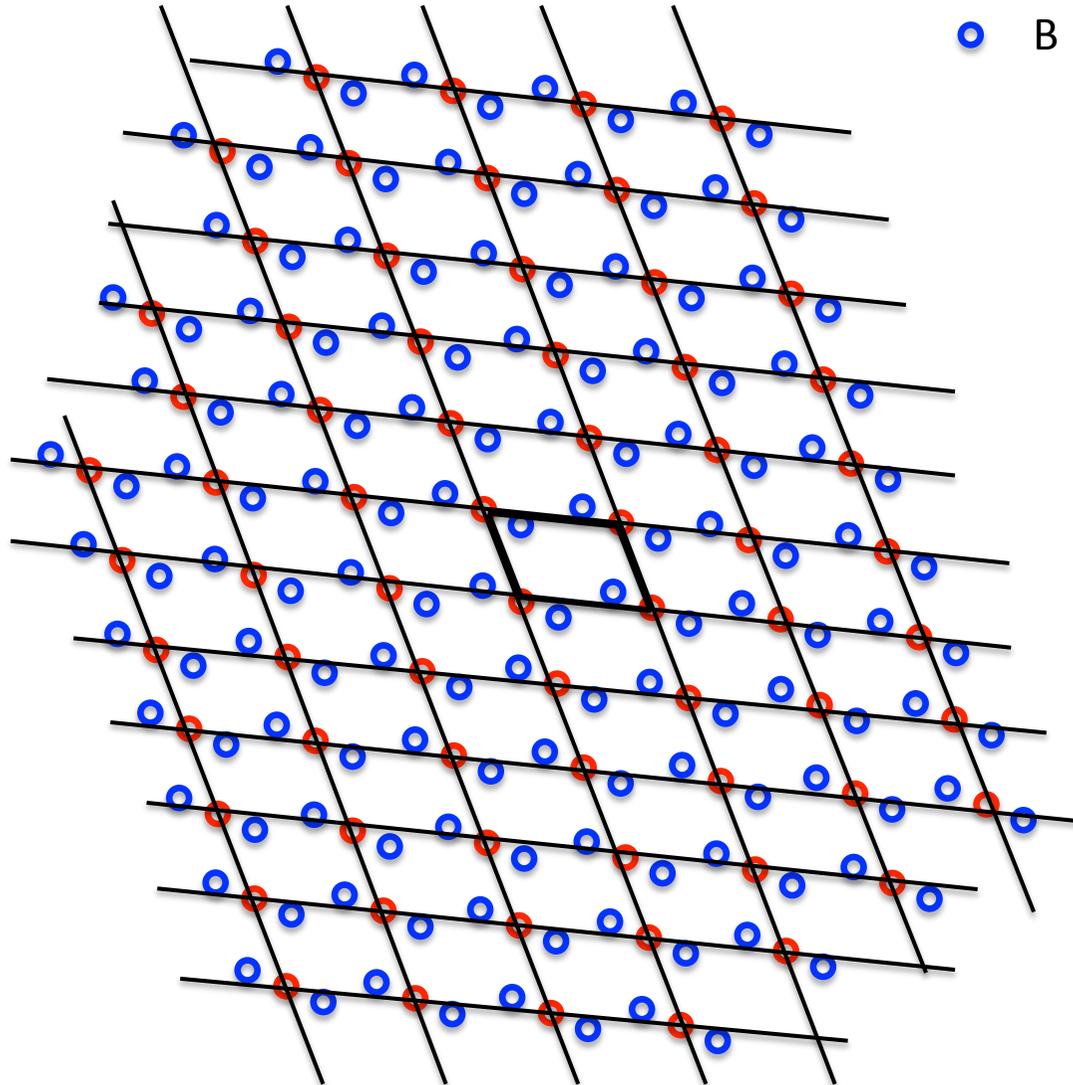
Se considero anche la terza direzione di traslazione  $\mathbf{t}$ , il suo modulo si chiamerà  $c_0$  e gli angoli tra  $\mathbf{r}^{\wedge}\mathbf{t}$  e  $\mathbf{s}^{\wedge}\mathbf{t}$  si chiameranno rispettivamente  $\beta$  e  $\alpha$ .

Si passa in questo modo dalla maglia elementare alla cella elementare.



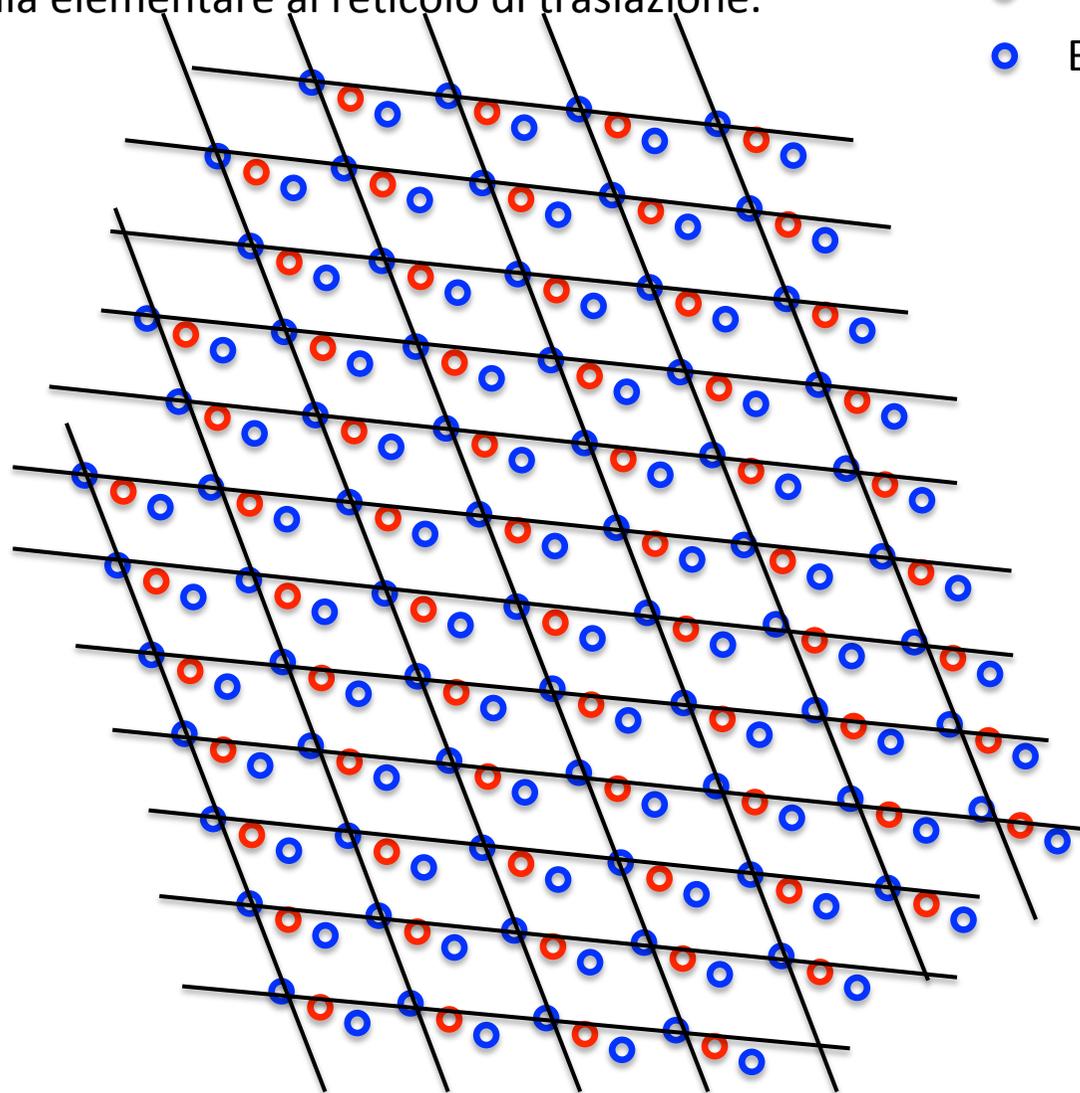
Dalla maglia elementare al reticolo di traslazione.

- A
- B



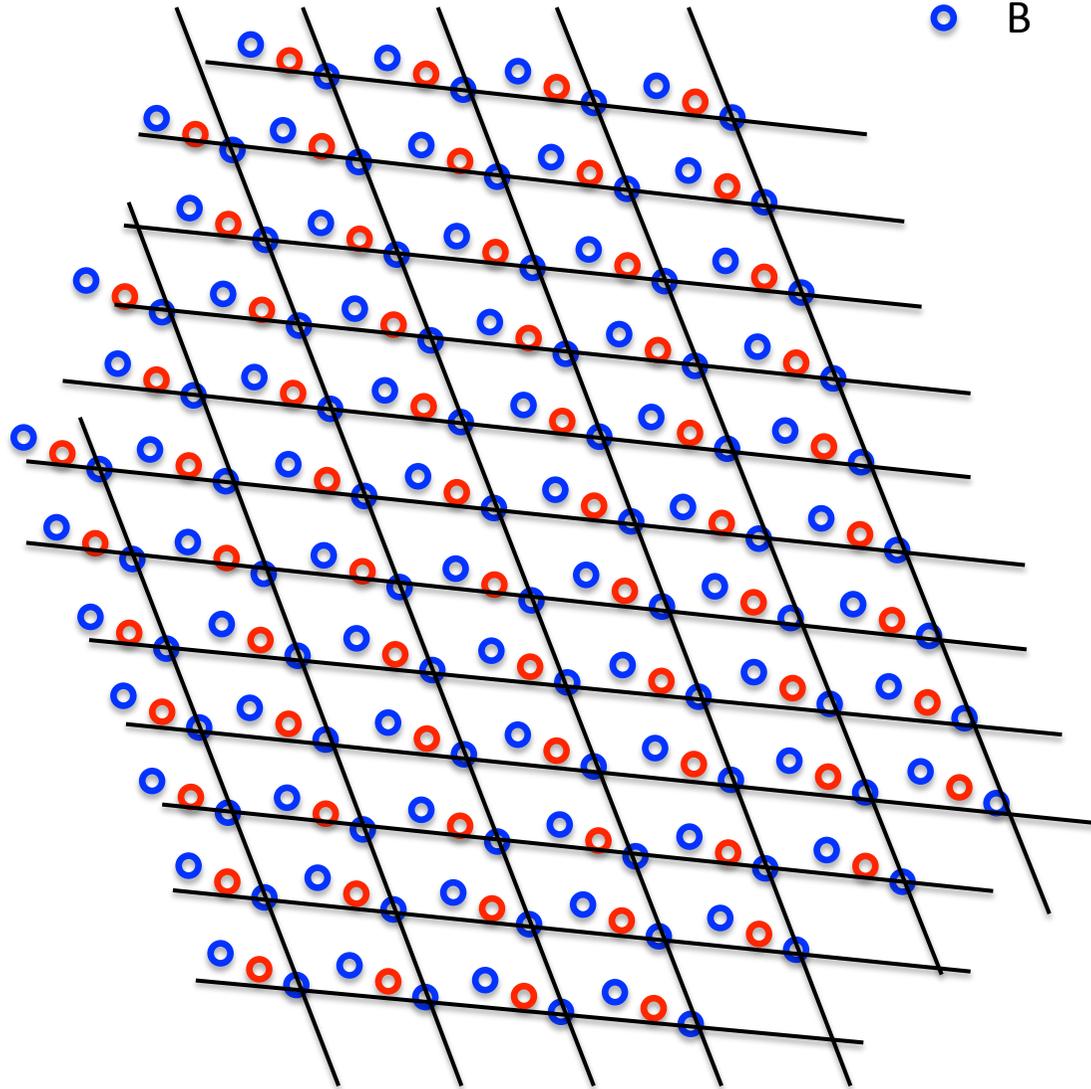
Dalla maglia elementare al reticolo di traslazione.

- A
- B



Dalla maglia elementare al reticolo di traslazione.

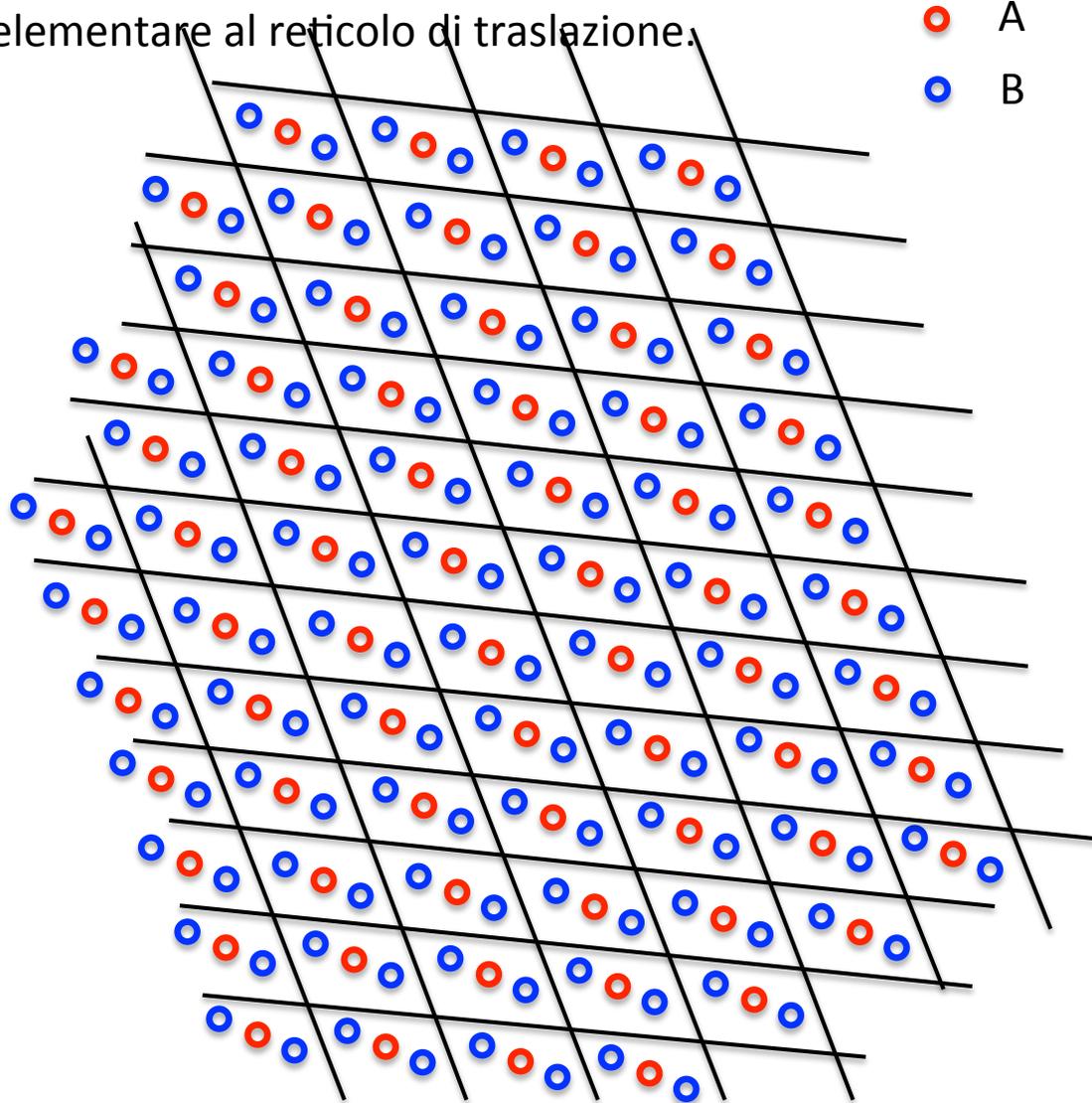
○ A  
○ B



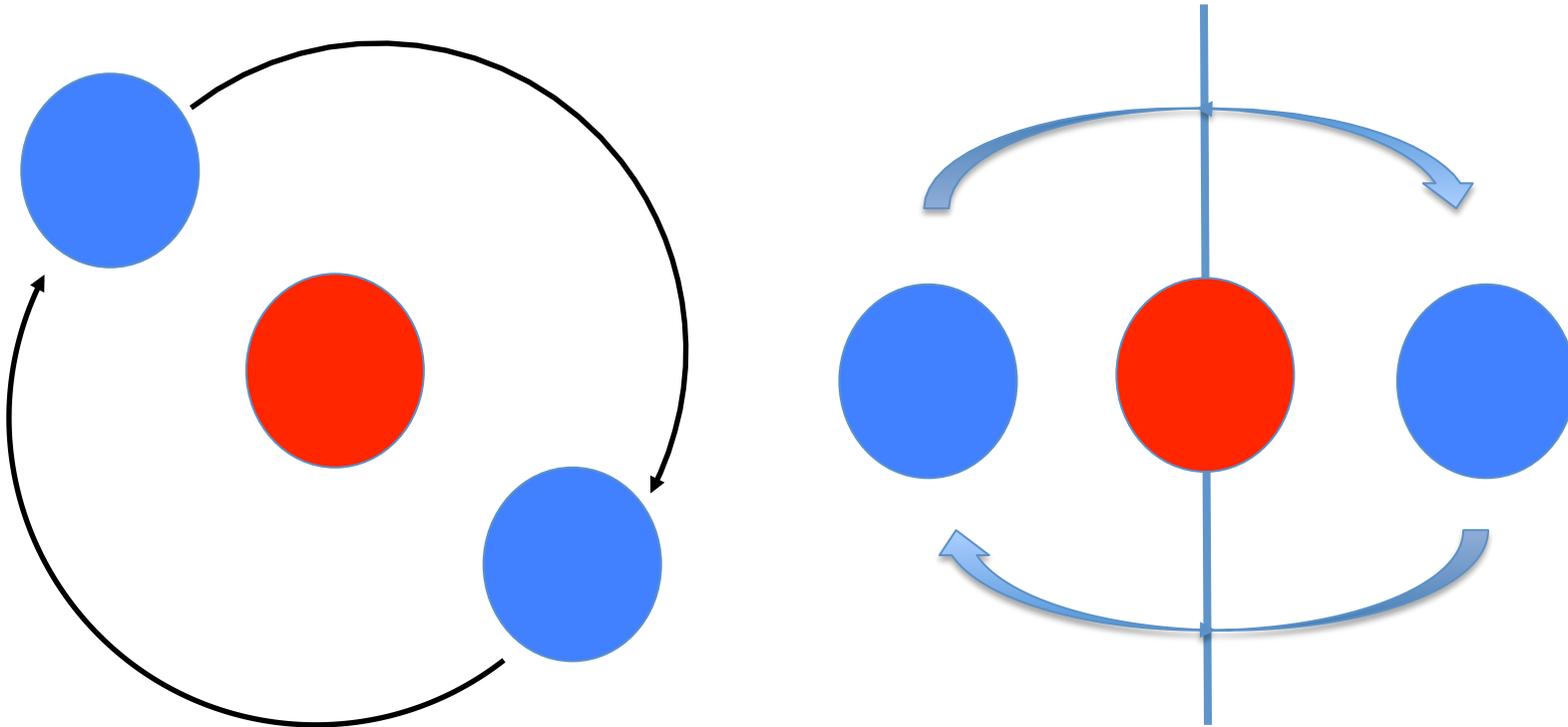
Dalla maglia elementare al reticolo di traslazione.

○ A  
○ B

Omogeneo,  
Periodico,  
Anisotropo  
e, se individuo  
una terza  
traslazione  $t$  non  
complanare con  
 $r$  e  $s$ , anche  
tridimensionale.

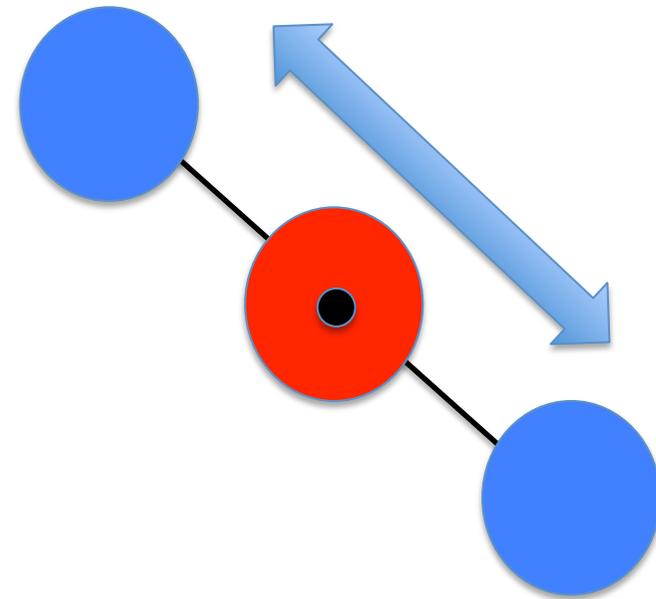
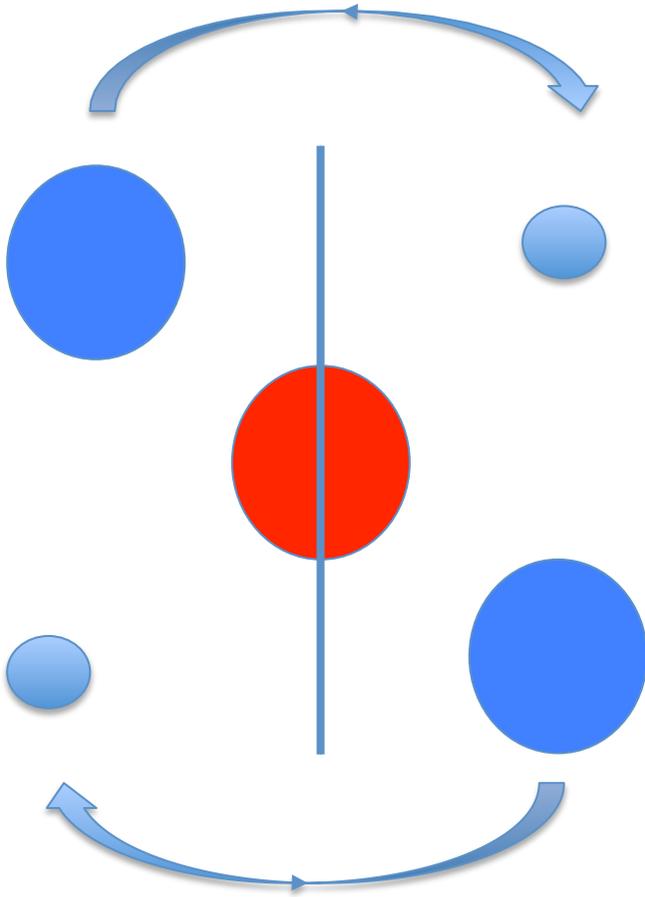


## Asse di simmetria

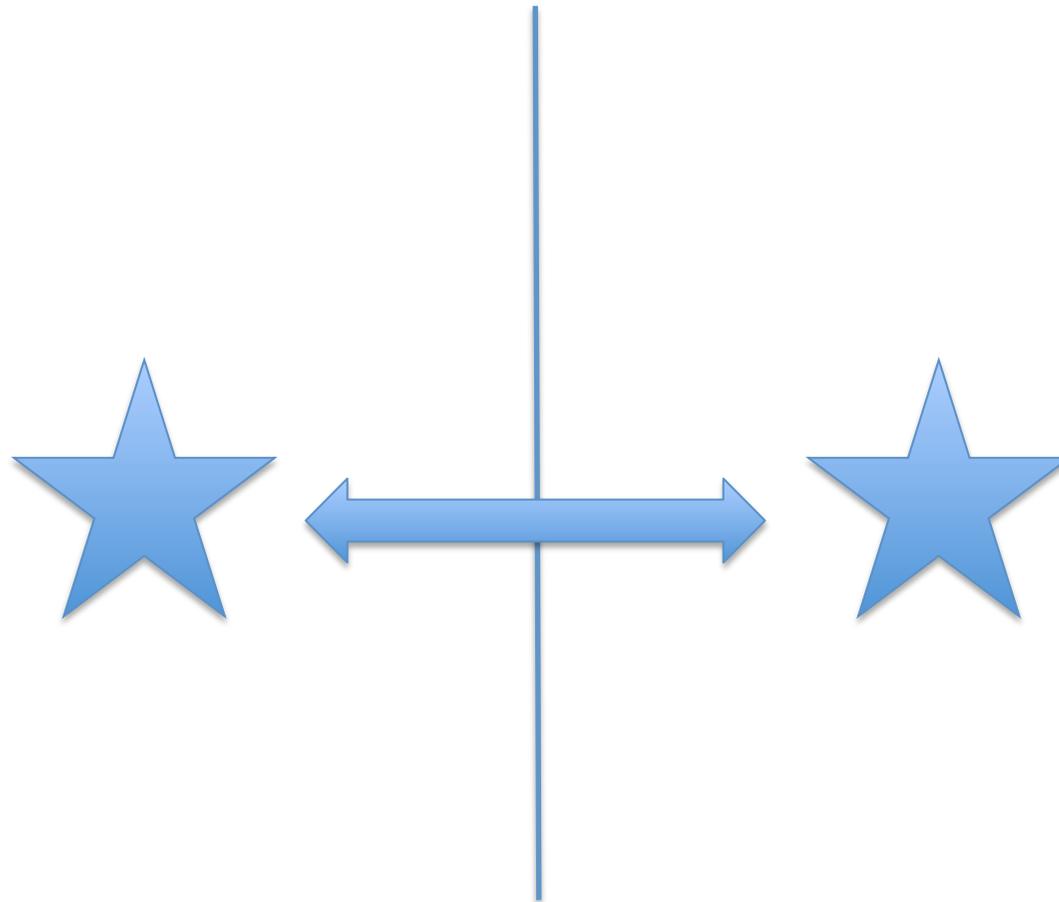


Compatibili con il reticolo di traslazione sono solo gli assi di ordine (1), 2, 3, 4, 6.

Centro di simmetria: -1



## Piano di Simmetria: m

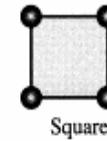
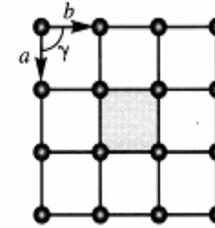


Che forma  
possono avere le  
maglie  
elementari,  
compatibilmente  
con gli operatori  
di simmetria?

Asse 4

Quadrata

Square  
 $a = b$   
 $\gamma = 90^\circ$

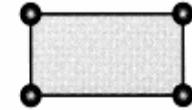
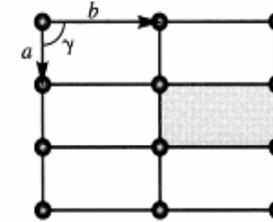


Square

Tripletto  
2 2 2 o  
m m m

Rettangolare

Rectangle  
 $a \neq b$   
 $\gamma = 90^\circ$

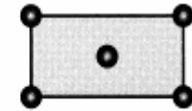
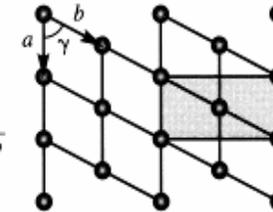


Rectangle (p)

Tripletto  
2 2 2 o  
m m m

Rettangolare  
centrata

Diamond  
 $a \neq b$   
 $\cos \gamma = \frac{a}{2b}$

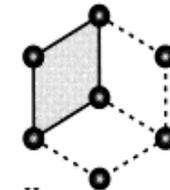
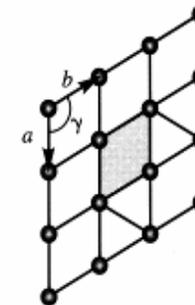


Rectangle (c)

Asse 3 o 6

Esagonale

Hexagonal  
 $a = b$   
 $\gamma = 120^\circ$

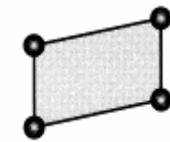
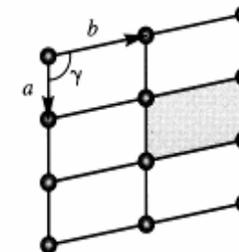


Hexagon

Asse 2

Obliqua

Oblique  
 $a \neq b$   
 $\gamma \neq 90^\circ$



Parallelogram

Come potranno essere i tre periodi di traslazione?

Vi sono tre possibilità a seconda del tipo di asse/assi di simmetria presenti:

Se gli assi sono di ordine minore o uguale a 2

Tutti e tre diversi:  $a_0 \neq b_0 \neq c_0$  1, 2, e trippletto 2 2 2

Se c'è un asse di ordine superiore a 2 ossia assi di ordine 3, 4, 6

Due uguali e diversi dal terzo:  $a_0 = b_0 \neq c_0$  3, 4, 6 e relativi  
trippletti 3 2 2, 4 2 2, 6 2 2

Ed infine quando sono presenti due particolari combinazioni di assi

Tutti e tre uguali:  $a_0 = b_0 = c_0$  trippletti 4 3 2 e 2 3

Questo definisce tre **GRUPPI** di simmetria, rispettivamente:

**TRIMETRICO, DIMETRICO e MONOMETRICO**

Gli angoli  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  che dipendono dal tipo di assi di simmetria presenti permettono di definire **7 SISTEMI** di simmetria.

GRUPPI	SISTEMI	SIMMETRIA ASSIALE	SIMMETRIA TRASLAZIONE
TRIMETRICO $a_0 \neq b_0 \neq c_0$ $a : b : c$	Triclino ( $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ )	1	P
	Monoclino ( $\alpha = \gamma = 90^\circ; \beta \neq 90^\circ$ )	2	P, C
	Rombico ( $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ )	222	P, C, I, F
DIMETRICO $a_0 = b_0 \neq c_0$ $a : a : c$	Tetragonale ( $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ )	4 422	P, I
	Trigonale ( $\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma \neq 120^\circ$ )	3 32	P, R
	Esagonale ( $\alpha = \beta = 90^\circ; \gamma \neq 60^\circ$ )	6 622	(P)
MONOMETRICO $a_0 = b_0 = c_0$ $a : a : a$	Cubico ( $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ )	23 432	P, I, F

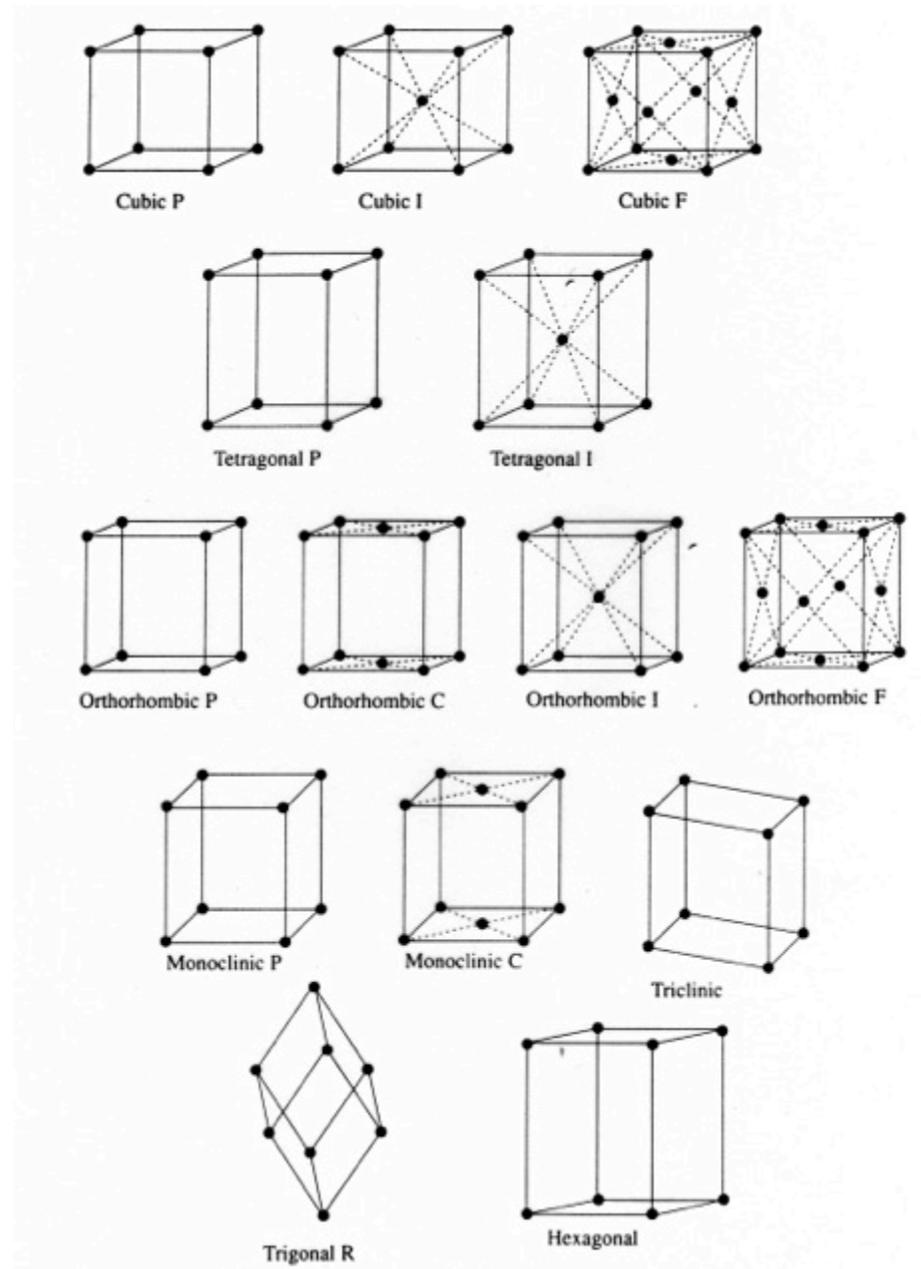
# RETICOLI BRAVAISIANI

I reticoli bravaisiani descrivono i vari tipi di celle elementari possibili nei cristalli. Vi sono 7 reticoli primitivi e 7 non primitivi (primitivo (P)=nodi solo ai vertici; C= a base centrata; I= a corpo centrato; F= a facce centrate).

I reticoli primitivi sono basati su celle elementari a forma di parallelepipedo rispecchianti il sistema di simmetria del cristallo.

La derivazione dei reticoli non primitivi richiede i seguenti passaggi:

- 1) Definizione della posizione degli elementi di simmetria entro le maglie piane
- 2) Definizione di un vettore di traslazione fuori dal piano della maglia da assumere come terzo lato.



Le **32 Classi Cristalline** (gruppi di simmetria puntuali, ossia tutti gli operatori di simmetria passano per un punto).

Tabella 16.1  
SIMMETRIA COMPLETA DI CIASCUNA CLASSE

	ORDINE $n$ DELL'ASSE	1	2	3	4	6
<b>ASSOCIAZIONI DI ASSI DI SIMMETRIA</b> (assi singoli o tripletti) $n$ $\bar{n}$ $(n, \bar{n})$ (*)		A 1	B 2	D 3	E 4	F 6
		id.	$\bar{2} = m$ $\frac{2}{m} \bar{1}$	id.	$\frac{(4, \bar{4})}{m} \bar{1}$	$\frac{(6, \bar{6}, \bar{3})}{m} \bar{1}$
$n2 \bar{2}$ $n\bar{2} \bar{2} = nmm$ $\bar{n} \bar{2} 2 = \bar{n}m2$ $(n, \bar{n}) (2, \bar{2}) (2, \bar{2})$			C 2 2 2 2 $mm$ id. $\frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \bar{1}$	3 222 3 $mmm$ $\bar{3} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \bar{1}$ id.	4 2222 4 $mmmm$ 4 $mm 22$ $\frac{(4, \bar{4})}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \bar{1}$	6 222222 6 $mmmmmm$ 6 $mmm 222$ $\frac{(6, \bar{6}, \bar{3})}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \bar{1}$
233 $(2, \bar{2}) \bar{3} \bar{3}$ 432 $\bar{4} 3 \bar{2} = \bar{4} 3m$ $(4, \bar{4}) \bar{3} (2, \bar{2})$			G 222 3333 $\frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} 3333 \bar{1}$ 444 3333 222222 $\bar{4}\bar{4}\bar{4} 3333 mmmmmm$ $\frac{(4, \bar{4})}{m} \frac{(4, \bar{4})}{m} \frac{(4, \bar{4})}{m} 3333 \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m} \bar{1}$			
				<b>Sistemi</b> A triclino      D trigonale      G cubico B monoclino    E tetragonale C rombico        F esagonale		
				(*) Un asse di simmetria di ordine $n$ , contemporaneamente semplice e d'inversione, è anche asse d'inversione per tutti gli ordini sotto-multipli di $n$ ; per esempio: $(6, \bar{6}) = (6, \bar{6}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}) = \frac{(6, \bar{6}, \bar{3})}{m} \bar{1}$ . Il simbolo «id.» indica che la classe è uguale a quella elencata sopra nella stessa colonna.		

# I 230 Gruppi Spaziali

Rappresentano le possibili associazioni coerenti di operatori di simmetria, capaci di portare in coincidenza un atomo con altri ad esso equivalenti, formanti un insieme ordinato, omogeneo, periodico, anisotropo, quale è un cristallo dal punto di vista della sua struttura.

Nei gruppi spaziali, oltre alle operazioni di rotazione e riflessione, troviamo elicogire, slittopiani e i tipi di reticolo. Mentre nelle 32 Classi cristalline (o puntuali) gli operatori di simmetria passano tutti per un punto, nei gruppi spaziali sono distribuiti nella cella elementare.

Tabella 41.1

CLASSI	SIMBOLO DELLE CLASSI	SIMBOLI DEI GRUPPI SPAZIALI SECONDO LA NOTAZIONE INTERNAZIONALE
Triclina pediale	1	P1
Triclina pinacoidale	$\bar{1}$	$P\bar{1}$
Monoclina sfenoidica	2	P2, P2 <sub>1</sub> , C2
Monoclina domatica	m	Pm, Pc, Cm, Cc
Monoclina prismatica	$\frac{2}{m}$	P $\frac{2}{m}$ , P $\frac{2}{m}$ , C $\frac{2}{m}$ , P $\frac{2}{c}$ , P $\frac{2}{c}$ , C $\frac{2}{c}$
Rombica bisfenoidica	222	P222, P22 <sub>1</sub> , P <sub>21</sub> 2 <sub>1</sub> 2, P <sub>21</sub> 2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub> , C222, C22 <sub>1</sub> , F222, I222, I2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub>
Rombica piramidale	mm2	Pmm2, Pmc2 <sub>1</sub> , Pcc2, Pma2, Pca2 <sub>1</sub> , Pnc2, Pna2 <sub>1</sub> , Pba2, Pna2 <sub>1</sub> , Pna2, Cmm2, Cmc2 <sub>1</sub> , Ccc2, Amm2, Abm2, Ama2, Aba2, Fmm2, Fdd2, Imm2, Iba2, Ima2
Rombica bipiramidale	mmm	Pmmm, Pnmn, Pccm, Pban, Pnma, Pnaa, Pmaa, Pcca, Pbam, Pccn, Pbcm, Pnam, Pmna, Pbcn, Pbca, Pnma, Cmcn, Cmca, Cmmm, Cccm, Cmma, Ccca, Fmmm, Fddd, Immm, Ibam, Ibaa, Imma
Tetragonale piramidale	4	P4, P4 <sub>1</sub> , P4 <sub>2</sub> , P4 <sub>3</sub> , I4, I4 <sub>1</sub>
Tetragonale bisfenoidica	$\bar{4}$	$P\bar{4}$ , $I\bar{4}$
Tetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}$	P $\frac{4}{m}$ , P $\frac{4}{m}$ , P $\frac{4}{n}$ , P $\frac{4}{n}$ , I $\frac{4}{m}$ , I $\frac{4}{n}$
Tetragonale trapezoedrica	422	P422, P4 <sub>2</sub> 2, P4 <sub>1</sub> 22, P4 <sub>2</sub> 2 <sub>2</sub> , P4 <sub>1</sub> 22, P4 <sub>2</sub> 2 <sub>2</sub> , P4 <sub>2</sub> 2 <sub>2</sub> , I422, I4 <sub>2</sub> 2 <sub>2</sub>
Ditetragonale piramidale	4mm	P4mm, P4bm, P4cm, P4nm, P4cc, P4nc, P4mc, P4bc, I4mm, I4cm, I4md, I4cd
Tetragonale scalenoedrica	$\bar{4}2m$	P42m, P42c, P4 <sub>2</sub> m, P4 <sub>2</sub> c, P4 <sub>1</sub> m2, P4 <sub>1</sub> c2, P4 <sub>2</sub> b2, P4 <sub>1</sub> a2, I4m2, I4c2, I42m, I42d
Ditetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}mm$	P $\frac{4}{m}mm$ , P $\frac{4}{m}cc$ , P $\frac{4}{n}bm$ , P $\frac{4}{n}nc$ , P $\frac{4}{m}bm$ , P $\frac{4}{m}nc$ , P $\frac{4}{n}mm$ , P $\frac{4}{n}cc$ , P $\frac{4}{m}mc$ , P $\frac{4}{m}cm$ , P $\frac{4}{n}bc$ , P $\frac{4}{n}nm$ , P $\frac{4}{m}bc$ , P $\frac{4}{m}nm$ , P $\frac{4}{n}mc$ , P $\frac{4}{n}cm$ , I $\frac{4}{m}mm$ , I $\frac{4}{m}cm$ , I $\frac{4}{n}md$ , I $\frac{4}{n}cd$
Trigonale piramidale	3	P3, P3 <sub>1</sub> , P3 <sub>2</sub> , R3
Trigonale romboedrica	$\bar{3}$	$P\bar{3}$ , $R\bar{3}$
Trigonale trapezoedrica	32	P312, P321, P3 <sub>1</sub> 12, P3 <sub>2</sub> 12, P3 <sub>1</sub> 12, P3 <sub>2</sub> 12, R32
Ditrigonale piramidale	3m	P3m1, P31m, P3c1, P31c, R3m, R3c
Ditrigonale scalenoedrica	$\bar{3}m$	P31m, P31c, P3m1, P3c1, R3m, R3c
Esagonale piramidale	6	P6, P6 <sub>1</sub> , P6 <sub>2</sub> , P6 <sub>3</sub> , P6 <sub>4</sub> , P6 <sub>5</sub>
Trigonale bipiramidale	$\bar{6}$	$P\bar{6}$
Esagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}$	P $\frac{6}{m}$ , P $\frac{6}{m}$
Esagonale trapezoedrica	622	P622, P6 <sub>1</sub> 22, P6 <sub>2</sub> 22, P6 <sub>3</sub> 22, P6 <sub>4</sub> 22, P6 <sub>5</sub> 22
Diesagonale piramidale	6mm	P6mm, P6cc, P6cm, P6mc
Ditrigonale bipiramidale	$\bar{6}m2$	P6m2, P6c2, P62m, P62c
Diesagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}mm$	P $\frac{6}{m}mm$ , P $\frac{6}{m}cc$ , P $\frac{6}{m}cm$ , P $\frac{6}{m}mc$
Tetraedricapentagonododecaedrica	23	P23, F23, I23, P2 <sub>1</sub> 3, I2 <sub>1</sub> 3
Diacisdodecaedrica	m3	Pm3, Pn3, Fm3, Fd3, Im3, Pa3, Ia3
Pentagonoicositetraedrica	432	P432, P4 <sub>2</sub> 32, F432, F4 <sub>1</sub> 32, I432, P4 <sub>3</sub> 32, P4 <sub>2</sub> 32, I4 <sub>3</sub> 32
Esacistetraedrica	43m	P43m, F43m, I43m, P43n, F43c, I43d
Esacisottaedrica	m3m	Pm3m, Pn3n, Pm3n, Pn3m, Fm3m, Fm3c, Fd3m, Fd3c, Im3m, Ia3d