

**Generalità sui numeri complessi.**

Coniugio, modulo, parte reale e parte immaginaria. Rappresentazione polare, argomento. Funzione esponenziale. Radici m-sime, logaritmo. Applicazioni  $\mathbb{R}$ -lineari e  $\mathbb{C}$ -lineari su  $\mathbb{C}$ . Derivabilità in senso complesso.

**Funzioni olomorfe.**

Operatori  $\partial_z$  e  $\partial_{\bar{z}}$ . Equazioni di Cauchy-Riemann. Cenni ai fluidi ideali. Regole di calcolo per funzioni olomorfe. Funzione composte, funzione inversa. Funzione esponenziale. Serie di potenze. Funzioni rappresentabili in serie di potenze. Curve e cammini. Lunghezza di un cammino. Somma di cammini, cammino inverso. Integrali curvilinei. Indice di un cammino chiuso. Proprietà dell'indice di un cammino chiuso. Aperti con frontiera regolare a tratti. Formule di Gauss-Green (enunciato). Identità di Cauchy. Formula di Cauchy, rappresentazione in serie di potenze delle funzioni olomorfe, formule per le derivate, limitazioni sulle derivate. Teorema di Morera. Teorema di Goursat. Teorema degli zeri e varie versioni del principio di unicità. Principio del massimo modulo. Teorema della mappa aperta. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra.

**Singularità isolate.**

Singularità rimosibili, polari, essenziali. Teorema di Casorati-Weierstrass. Serie di Laurent. Formula di Cauchy in una corona circolare. Rappresentazione in serie di Laurent per funzioni olomorfe in una corona circolare.

**Calcolo dei residui.**

Teorema dei residui. Principio dell'argomento. Teorema di Rouché. Applicazioni ai calcoli di integrali. Lemma di Jordan.

**Funzioni armoniche.**

Funzioni armoniche, armonica coniugata. Esistenza locale dell'armonica coniugata. Formula di Poisson. Proprietà del nucleo di Poisson. Problema di Dirichlet in un disco, Teorema di Schwarz. Proprietà del valor medio. Disuguaglianza di Harnack. Principio di riflessione di Schwarz per funzioni armoniche e per funzioni olomorfe.

**Mappe conformi.**

Lemma di Schwarz. Automorfismi del disco. Trasformazioni di Möbius, invarianza del birapporto. Automorfismi del semipiano  $\{\text{Im } z > 0\}$ . Teorema della mappa di Riemann (solo enunciato). Curve di Jordan, teorema della curva di Jordan (cenno).