

**FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 12.07.2022**

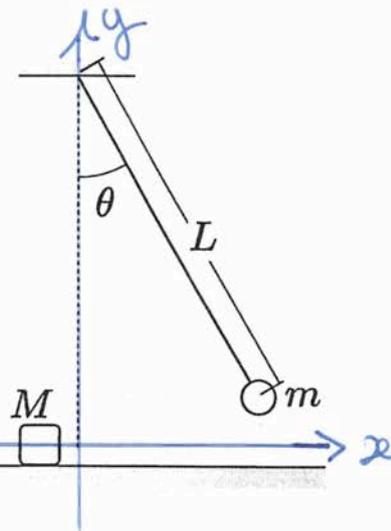
Cognome VITALE ..... Nome LORENZO ..... Cds: .....

**Istruzioni:**

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

**Problema 1.**

Una sfera di massa  $m = 200$  g appesa a un filo leggero di lunghezza  $L = 1.0$  m è rilasciata da ferma quando il filo teso forma un angolo  $\theta = 30^\circ$  con la verticale, come mostrato in figura. A  $\theta = 0^\circ$  la sfera urta un blocco di massa  $M = 400$  g appoggiato su una superficie liscia (attrito trascurabile).



(a) Qual è il vettore velocità della sfera subito prima l'urto?

4 *Uso la conservazione dell'energia*  

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad m g L (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2 g L (1 - \cos \theta)} = 1.6 \text{ m/s} \quad \vec{v}_f = -v_f \hat{i}$$

(b) La sfera si ferma completamente dopo l'urto. Qual è la velocità del blocco dopo l'urto?

4 *Uso la conservazione della quantità di moto (dato che nell'urto  $\sum \vec{F}_{ext} = 0$ )*  

$$\vec{P}_{B_i} + \vec{P}_{S_i} = \vec{P}_{B_f} + \vec{P}_{S_f} \quad m \vec{v}_f = M \vec{v}_B$$

$$\vec{v}_B = \frac{m}{M} \vec{v}_f = -0.81 \text{ m/s } \hat{i}$$

(c) L'urto è elastico o no? Motivare la risposta.

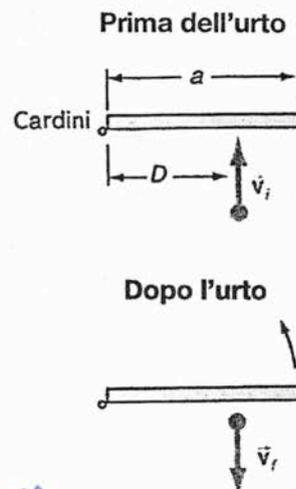
2 *NO,  $K_i \neq K_f$ :*  

$$\begin{cases} K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 = m g h = 0.25 \text{ J} \\ K_f = \frac{1}{2} M v_B^2 = 0.12 \text{ J} \end{cases}$$

**Problema 2.**

Una porta aperta di massa  $M$  è ferma quando viene colpita da una palla di massa  $m \ll M$  (approssimabile come puntiforme) in un punto posto a distanza  $D$  dall'asse passante per i cardini della porta (vedi figura). La palla colpisce la superficie della porta in direzione ad essa perpendicolare, ed in seguito all'urto la traiettoria della palla rimane perpendicolare alla porta poiché  $m \ll M$ .

La porta ha densità uniforme e larghezza  $a$ , mentre lo spessore della porta e le dimensioni dei cardini sono trascurabili rispetto alle altre dimensioni. Le velocità iniziali e finali della palla sono indicate in figura con  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_f$ . Si trascuri l'attrito dei cardini.



3 (a) Considerando il sistema formato da porta e palla, si identifichino tutte le forze interne ed esterne che agiscono sul sistema durante l'urto e si spieghi perché la quantità di moto del sistema non si conserva.

*Forze esterne:* - le due forze peso per porta e palla  
 - forze che i cardini esercitano sulla porta  
 $\sum \vec{F}_{ext} \neq 0 \Rightarrow \vec{P}_{sist}$  non si conserva

*Forze interne:* le due forze impulsive fra porta e palla  
 uguali in direzione e modulo e opposte  
 per il 3° principio di Newton  $\sum \vec{F}_{int} = 0$

(b) Si conserva il momento angolare del sistema rispetto a qualche asse? Se sì, si identifichi l'asse.

3) Sì, rispetto all'asse z passante dai centri  $\Sigma \tau_{zi} = 0$

(c) Utilizzando le approssimazioni di cui sopra, si determini un'espressione analitica per la velocità angolare  $\omega$  della porta dopo l'urto in funzione delle grandezze introdotte.

3) 
$$\omega = \frac{mD(v_i + v_f)}{Ma^2/3}$$
 Cons. momento ang. componente  $z$   
 $L_{iz} = L_{Fz}$   
 $mDv_i = I\omega - mDv_f$   $I = \frac{1}{3}Ma^2$

(d) Si calcoli il valore di  $\omega$  considerando  $m = 567$  g (equivalente a una palla da basket),  $M = 18.5$  kg,  $a = 73$  cm,  $D = 62$  cm,  $v_i = 27$  m/s e  $v_f = 16$  m/s.

1) 
$$\omega = 4.6 \text{ rad/s A}$$
  

$$4.7 \text{ rad/s B}$$
 Facoltativo:  
 potete verificare che  $K$  non si conserva

**Problema 3.**

Una macchina termica reversibile viene fatta funzionare con due sole sorgenti a temperature  $T_0 = 300$  K e  $T_1 = 400$  K. Il lavoro prodotto complessivamente dalla macchina in 10 cicli permette di innalzare di un dislivello  $h = 10.0$  m un corpo di massa  $m = 10.0$  kg. La sorgente a temperatura  $T_1$  è costituita da  $n = 20.0$  mol di gas perfetto: ad ogni ciclo il gas subisce una compressione in modo da mantenerne costante la temperatura. Quando la macchina comincia a funzionare la pressione del gas è  $p_1 = 1.01 \cdot 10^6$  Pa.

a) Si calcoli il lavoro compiuto dalla macchina reversibile in ogni ciclo, il suo rendimento ed il calore  $Q_1$  assorbito dalla sorgente a temperatura  $T_1$ .

4) 
$$W_{TOT} = mgh = 981 \text{ J} \rightarrow W = \frac{W_{TOT}}{10} = 98.1 \text{ J}$$
  

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T_1} = 0.25 \quad \eta = \frac{W}{Q_1} \rightarrow Q_1 = \frac{W}{\eta} = 392 \text{ J}$$

b) Si calcoli il lavoro  $W_1$  compiuto dall'esterno sul gas, in modo da mantenere costante la temperatura.

2) IL GAS FORNISCE CALORE ( $-Q_1$ ) ALLA MACCHINA E SU DI ESSO È COMPIUTO UN LAVORO  $-W_1$  (COMPRESSIONE) PER MANTENERE COSTANTE LA TEMPERATURA (trasformazione isoterma).  

$$\Delta U_1 = 0 \rightarrow W_1 = Q_1 = 392 \text{ J}$$

c) Si verifichi che la compressione (cioè il rapporto tra il volume finale ed il volume iniziale del gas perfetto) ad ogni ciclo è pari a  $\frac{V_f}{V_i} = 0.994$ . [Suggerimento: Si consideri il lavoro in una trasformazione isoterma, prestando particolare attenzione al segno]

2) IL SISTEMA È IL GAS PERFETTO, IL LAVORO È NEGATIVO (compressione)  

$$-Q_1 = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT_1}{V} dV = nRT_1 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$\frac{V_f}{V_i} = e^{-\frac{Q_1}{nRT_1}} = 0.994$$

d) Si calcoli il volume iniziale del gas e quello finale dopo 10 cicli della macchina termica reversibile.

2) 
$$V_i = \frac{nRT_1}{p_1} = 6.58 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$
  

$$V_{10} = V_1 \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{10} = 6.20 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$
 0.9416