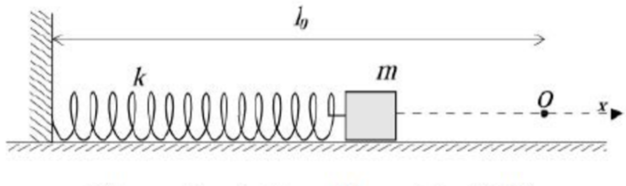
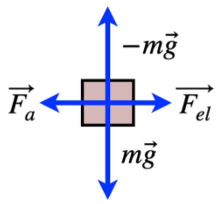
Università di Trieste A.A. 2023/2024 Lauree Triennali in Ingegneria Industriale e Navale
FISICA GENERALE 1, Prova Scritta, 17.09.2024 **Soluzione Proff. Vitale e Scazza**
Cognome ____________________ **Nome** __________________ **CdS** __________ **Anno** __________

Istruzioni: Per ciascuna domanda rispondere fornendo (almeno) il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, ed il corrispondente risultato numerico se richiesto, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate. Fare attenzione ai segni nelle risposte numeriche.

Problema 1. Un blocco di massa m appoggiato su un piano orizzontale ruvido è progressivamente spostato contro l'estremo libero di una molla orizzontale che è fissata sull'altro estremo alla parete come mostrato in figura. La molla ha una lunghezza a riposo ℓ_0. Per compressioni della molla $\delta \le \delta_{\max}$ si osserva che il blocco rimane fermo nella posizione in cui è stato spostato. Ponendo l'origine dell'asse x nel punto O in figura, $\delta = \ell_0 - \ell = -x$.



(a) Disegnare il diagramma a corpo libero del blocco mentre è in equilibrio statico sul piano orizzontale con la molla compressa, elencando i simboli usati per le forze agenti sul blocco corredati da una breve spiegazione.



$\vec{F}_{el}$: Forza elastica
$\vec{F}_a = -\vec{F}_{el}$: Forza di attrito statico
$m\vec{g}$: Forza peso del blocco
$\vec{N} = -m\vec{g}$: Forza di reazione normale del piano

(b) Calcolare coefficiente di attrito statico μ_s del blocco, sapendo che $m = 0.95$ kg, la costante elastica della molla $k = 21$ N/m e che $\delta_{\max} = 12$ cm.

$$\mu_s = \frac{k\delta_{\max}}{mg} = \frac{21\ \text{N/m} * 0.12\ \text{m}}{0.95\ \text{kg} * 9.8\ \text{m/s}^2} = 0.27$$

(c) Successivamente il blocco viene spostato ulteriormente contro la molla fino alla posizione $x_2 = -24$ cm e viene improvvisamente rilasciato. Determinare la distanza totale d percorsa dal blocco sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano orizzontale è $\mu_d = 0.125$.

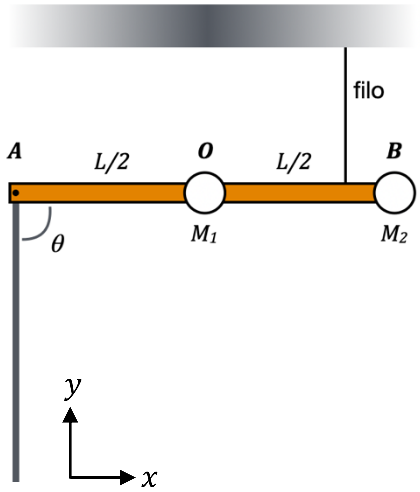
Uso il bilancio energetico generalizzato, eq 9.15 del libro: $E_f = E_i + W_{non}$ con $E_f = 0 \ldots E_i = \frac{1}{2}kx_2^2$ $W_{non} = -\mu_d mgd$

Oppure uso il teorema lavoro energia $\Delta K = W_{tot} = W_{con} + W_{non}$ $\quad \Delta K = 0$ quindi $W_{con} = -W_{non}$; $W_{con} = \frac{1}{2}kx_2^2$

$d = \frac{1}{2}\frac{kx_2^2}{\mu_d mg} = 0.52\ \text{m}$ [si noti che $d > -x_2$ quindi $d = -x_2 + x_3$]

[Per il tema B: $\mu_d = 0.105$, $d = 0.62$ m]

Problema 2. Un'asta rigida AB di lunghezza L e massa M può ruotare in un piano verticale intorno al suo estremo A, vincolato tramite un perno ad un supporto fisso. All'estremità B libera ed al centro O sono bloccate altre due masse $M_1 = M_2 = M/2$. L'asta è mantenuta in equilibrio in posizione orizzontale tramite un filo (vedi Figura). Se lasciata libera, essa può ruotare senza attrito attorno al perno posto nel punto A.



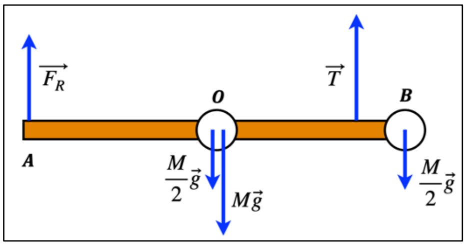
(a) Si determini la posizione del centro di massa del sistema costituito dall'asta e dalle due masse. Fissare l'origine del sistema di riferimento xy nel punto A.

$$x_{\text{cm}} = \frac{M \times L/2 + M/2 \times L/2 + M/2 \times L}{M + M/2 + M/2} = 5/8\ L$$

$$y_{\text{cm}} = 0$$

(b) Si disegni il diagramma a corpo libero del sistema (asta + masse) in equilibrio statico.

NOTA: al posto delle 3 forze peso, è corretto anche disegnare la sola forza peso totale del sistema applicata al cm del sistema.



Il filo viene tagliato e l'asta è lasciata libera di ruotare attorno al perno posto in A.

(c) Si determini l'espressione algebrica della velocità angolare $\omega(\theta)$ dell'asta quando essa forma un certo angolo θ rispetto alla verticale. *Suggerimento*: Calcolando il momento di inerzia I_A del sistema rispetto al perno posto in A, è possibile applicare la conservazione dell'energia meccanica.

$$\omega(\theta) = \sqrt{\frac{2}{I_A} \cdot \frac{5}{4} Mg\,\mathrm{L}\cos\theta} = \sqrt{\frac{60\,g\cos\theta}{23\,L}} \qquad \left[\text{usando } 2Mg\Delta h = \frac{1}{2} I_A \omega^2 \text{ con } I_A = \frac{23}{24} ML^2 \text{ e } \Delta h = \frac{5}{8} L\cos\theta\right]$$

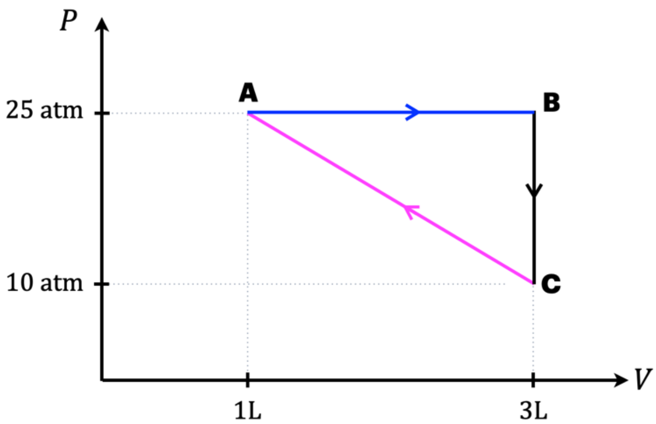
(d) Fissando $M = 3.5\ \mathrm{kg}$, $L = 80\ \mathrm{cm}$ e $\theta = 30°$, si calcolino il modulo della velocità v_{cm} del centro di massa del sistema l'accelerazione tangenziale a_B dell'estremità B dell'asta.

$$v_{\mathrm{cm}} = \omega\, R_{\mathrm{cm}} = \sqrt{\frac{60\,g\cos\theta}{23\,L}} \cdot \frac{5}{8} L = \sqrt{\frac{15\,g\cos\theta}{23\,L}} \cdot \frac{5}{4} L = 2.6\ \mathrm{m/s}$$

$$a_B = R_{AB} \cdot \alpha = L \cdot \frac{\tau}{I_A} = L \cdot \frac{2\mathrm{Mg}}{I_A} \frac{5}{8} \mathrm{L}\sin\theta = 6.4\ \mathrm{m/s^2}$$

NOTA: Per il tema B, anche se M è diversa sono corretti gli stessi risultati, dato che M si semplifica.

Problema 3. Una macchina termica opera tramite $n = 0.85\ \mathrm{mol}$ di gas ideale monoatomico contenute all'interno di un pistone, che compiono il ciclo termodinamico rappresentato in figura composto da tre trasformazioni.



(a) Calcolare le temperature T_A, T_B e T_C del gas nei tre stati termodinamici A, B e C.

$$T_A = P_A V_A / nR = 358\ \mathrm{K}$$

$$T_B = P_B V_B / nR = 3\,T_A = 1075\ \mathrm{K}$$

$$T_C = P_C V_C / nR = \frac{30}{25} T_A = 430\ \mathrm{K}$$

(b) Calcolare il lavoro W_{tot} svolto dal gas durante un ciclo completo della macchina termica.

$$W_{\mathrm{tot}} = \frac{1}{2}(P_B - P_C)(V_B - V_A) = 1.52\ \mathrm{kJ} \qquad [\text{cioè l'area orientata del triangolo } \widehat{ABC},\ W_{\mathrm{tot}} > 0]$$

(c) Calcolare il calore $Q_{C\to A}$ scambiato dal gas a seguito della trasformazione $C \to A$, e determinare il rendimento della macchina termica.

$$Q_{C\to A} = \Delta U_{C\to A} + W_{C\to A} = nC_V \Delta T_{C\to A} + (W_{\mathrm{tot}} - P_A\,(V_B - V_A)) = -4.31\ \mathrm{kJ} \text{ con } W_{C\to A} = -3.55\ \mathrm{kJ} \text{ oppure}$$

$$Q_{C\to A} = W_{\mathrm{tot}} - Q_{B\to C} - Q_{A\to B} = W_{\mathrm{tot}} - nC_V(T_C - T_B) - nC_P(T_B - T_A) = -4.31\ \mathrm{kJ} \qquad \left[C_V = \frac{3}{2}R; C_P = \frac{5}{2}R\right]$$

$$\eta = \frac{W_{\mathrm{tot}}}{Q_{\mathrm{ass}}} = \frac{W_{\mathrm{tot}}}{Q_{A\to B}} = \frac{1.52\ \mathrm{kJ}}{12.66\ \mathrm{kJ}} = 0.12$$

(d) Calcolare la variazione di entropia $\Delta S_{C\to A}$ nella trasformazione $C \to A$.

$$\Delta S_{C\to A} = \Delta S_{C\to B} + \Delta S_{B\to A} = nC_V[\log(T_B/T_C) + \gamma\log(T_A/T_B)] = -9.69\ \mathrm{J/K}$$